

М. А. СИЛАЕВ, С. Ф. БРЯНЦЕВ

**ПРИЛОЖЕНИЕ
МАТРИЦ И ГРАФОВ
К АНАЛИЗУ
СВЧ УСТРОЙСТВ**



ИЗДАТЕЛЬСТВО «СОВЕТСКОЕ РАДИО»

МОСКВА — 1970

интерпретации и численных расчетов с помощью электронно-вычислительных машин.

В настоящей книге основное внимание обращено на применение матриц и ориентированных графов к расчету характеристик различного рода устройств СВЧ с учетом неидеальности входящих в них элементов, а также на определение обусловленных этим фактором погрешностей. Необходимость в получении такого рода расчетных данных вызывается требованиями практики.

Книга, по существу, распадается на две тесно связанные друг с другом части. В первой (гл. 1—2) — излагаются основы теории матриц и ориентированных графов применительно к решению задач из области СВЧ.

Во второй (гл. 3—9) — эти данные прилагаются к расчету характеристик конкретных устройств СВЧ, изложению их принципов действия и определению погрешностей. При этом сначала рассматриваются более простые — двухплечные устройства, представляемые взаимными четырехполюсниками, затем более сложные устройства, включающие в себя мосты и направленные ответвители (взаимные многополюсники), и, наконец, в последней главе рассматриваются невзаимные и поляризионные устройства, свойства которых можно выразить с помощью специальных видов многополюсников. Такой порядок изложения — от простого к сложному — по мнению авторов должен способствовать лучшему усвоению материала.

В книге, обобщается материал, изложенный в периодических публикациях отечественных и зарубежных специалистов, а также излагаются результаты, полученные авторами. Последнее прежде всего касается применения ориентированных графов к расчету характеристик и погрешностей ряда устройств СВЧ (дискретных фазовращателей на переключающих диодах, антенных переключателей, поляризионных и ферритовых устройств и т. д.). Большое внимание в книге уделяется различным вопросам техники измерений на СВЧ и, в частности, оценке погрешностей различных приборов и методов измерений.

Изложение материала авторы стремились вести на уровне, вполне доступном инженерам, работающим в области СВЧ. С этой целью вывод многих выражений, используемых в книге, дан достаточно подробно в виде

задач, помещенных во избежание перегрузки основного материала в конце каждой главы. Авторы полагают, что такой способ изложения облегчит решение других, в том числе и более сложных задач, точное содержание которых трудно предугадать заранее.

Главы 1 (кроме § 1.4), 2—6 и 9 написаны Силаевым М. А., гл. 7 — Брянцевым С. Ф. Гл. 8 и § 1.4 написаны авторами совместно.

При составлении и обсуждении плана книги весьма полезные замечания были сделаны канд. техн. наук Сестрорецким Б. В. и канд. техн. наук Сретенским В. Н., за что авторы выражают им свою признательность. Авторы благодарны канд. техн. наук Балакову Г. В. и канд. техн. наук Лисицыну В. П., взявшим на себя большой труд по просмотру первоначального варианта книги.

Особую благодарность авторы выражают д-ру техн. наук, проф. Валитову Р. А. и канд. техн. наук Явичу Л. Р. за помощь и полезные советы при оформлении окончательного варианта книги.

Авторы

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — комплексная амплитуда падающей на сочленение (устройство) волны;
 b — комплексная амплитуда отраженной от сочленения волны;
 Γ — коэффициент отражения по напряжению;
 φ — фазовый угол коэффициента отражения;
 T — коэффициент передачи по напряжению;
 θ — фазовый угол коэффициента передачи;
 r — коэффициент стоячей волны по напряжению;
 V — объем;
 F — поверхность;
 P — мощность, передача пути;
 $[S]$ — нормированная матрица рассеяния;
 S_{ik} — элемент матрицы рассеяния;
 $[T]$ — нормированная матрица передачи;
 $[A]$ — нормированная A -матрица;
 $[Z]$ — нормированная матрица полных сопротивлений;
 $[Y]$ — нормированная матрица полных проводимостей;
 U — напряжение;
 I — ток;
 μ — магнитная проницаемость;
 ϵ — диэлектрическая постоянная;
 H — напряженность магнитного поля;
 E — напряженность электрического поля;
 ω — угловая частота;
 γ — постоянная передачи;
 α — постоянная затухания;
 β — фазовая постоянная;
 λ — длина волны в свободном пространстве;
 Λ — длина волны в передающей линии;
 $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны в волноводе;
 Z_0 — волновое сопротивление передающей линии;
 Y_0 — волновая проводимость передающей линии;
 M — показания индикатора;

N — коэффициент трансформации;
 Q — добротность резонатора;
 L — вносимые потери, передача контура;
 A — ослабление (потери, вносимые устройством, включенным в согласованный тракт);
 C — переходное ослабление направленного ответвителя;
 D — направленность ответвителя;
 δ — погрешность рассогласования;
 ξ_p — коэффициент деления мощности;
 ψ — фазовый сдвиг, вносимый фазовращателем.

ГЛАВА I

МАТРИЦЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ РАСЧЕТЕ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ УСТРОЙСТВ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ

1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Наиболее общим методом изучения электромагнитных явлений в устройствах СВЧ является, как известно, метод, основанный непосредственно на использовании уравнений Максвелла.

Свойства любого устройства СВЧ полностью определены, если известно распределение электрического и магнитного полей внутри этого устройства и на его выходных зажимах (граничных сечениях) в каждый данный момент времени. Эти сведения достаточны для определения всех величин, которые характеризуют данное устройство и обычно определяются на практике. К ним относятся, например, такие величины, как коэффициент отражения, волновые сопротивления подключаемых линий и т. д. Другими словами, решение уравнений Максвелла для данных граничных условий, определяемых особенностями исследуемого устройства, составляет существо наиболее общего метода анализа устройств СВЧ.

Установление граничных условий в каждом конкретном случае представляет, однако, нередко трудновыполнимую, а подчас и вовсе практически неразрешимую задачу. Часто необходимость в определении электромагнитного поля внутри устройства отсутствует. Для решения многих практически важных задач достаточно иметь сведения лишь об электромагнитном поле в области, близкой к его выходным зажимам. Эти сведения на практике обычно могут быть получены экспериментально.

Так, например, для решения вопросов согласования какого-либо устройства вполне достаточными являются данные о падающей и отраженной волнах вблизи его выходных зажимов.

Заметим, что во всех подобных случаях существует формальная возможность перехода от электрических и магнитных полей, характеризуемых их напряженностями, к эквивалентным токам, «текущим» на зажимах устройства, и эквивалентным напряжениям, «приложенным» к этим зажимам.

Переход к эквивалентным напряжениям и токам открывает широкие возможности применения хорошо разработанных методов теории цепей к устройствам СВЧ. При этом нередко оказывается целесообразным применение матриц полного сопротивления, полной проводимости и т. д. В то же время следует указать на то, что особые свойства устройств СВЧ, вытекающие из соизмеримости их размеров с длиной волны, делают целесообразным в качестве основных величин использование волн напряжения и тока и, соответственно, переход от классических матриц полного сопротивления, проводимости и так далее к так называемым волновым матрицам, выражающим зависимость между комплексными амплитудами падающих и отраженных волн на граничных сечениях устройства.

Из сказанного выше следует, что в основе метода, базирующегося на теории цепей, по существу, также лежат уравнения Максвелла¹.

1.2. ВОЛНОВЫЕ МАТРИЦЫ 2n-ПОЛЮСНИКА

Рассмотрим сочленение n линий (рис. 1.1)
Здесь:

V — объем, занимаемый сочленением;

F — поверхность, охватывающая объем V ;

$a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ — комплексные амплитуды волн, падающих на сочленение и отраженных от него, соответственно.

¹ Связь волновых матриц с уравнениями Максвелла вскрыта в частности, в [1.1].

Введем следующие допущения:

а) считается, что колебания электромагнитного поля чисто гармонические и, следовательно, временная зависимость описывается множителем $e^{j\omega t}$;

б) рассматриваются линейные пассивные устройства (сочленения);

в) подключаемые к сочленению линии идеальны;

г) по каждой из линий передается только один тип волны;

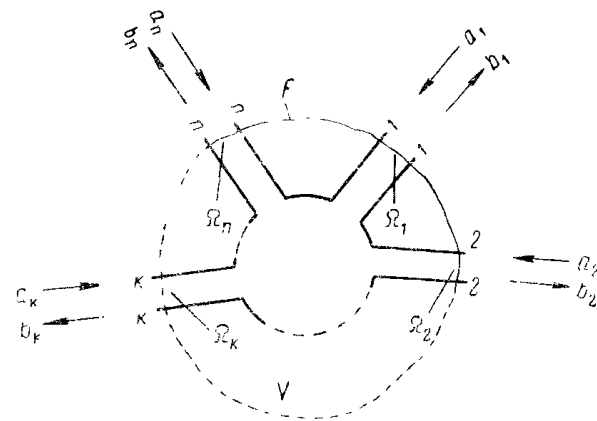


Рис. 1.1. Сочленение из n линий.

д) граничные сечения $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ берутся на достаточно большом расстоянии от мест включения неоднородностей, так что влиянием высших типов волн, возникающих вблизи этих неоднородностей, можно пренебречь;

е) комплексные амплитуды падающих и отраженных волн нормируются так, что выполняются равенства

$$\frac{|a_k|^2}{2} = \frac{a_k a_k^*}{2} = P_{k \text{ пд}}, \quad (1.1a)$$

$$\frac{|b_k|^2}{2} = \frac{b_k b_k^*}{2} = P_{k \text{ отр}}, \quad (1.1б)$$

где $P_{k \text{ пд}}$ и $P_{k \text{ отр}}$ — падающая и отраженная мощности в k -й линии соответственно.

Сочленение из n линий в общем случае можно представить в виде $2n$ -полюсника (рис. 1.2). $2n$ -полюсник,

где

$$b_I = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}; \quad b_{II} = \begin{bmatrix} b_{m+1} \\ \vdots \\ b_{2m} \end{bmatrix}; \quad (1.7a)$$

$$a_I = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}; \quad a_{II} = \begin{bmatrix} a_{m+1} \\ \vdots \\ a_{2m} \end{bmatrix}.$$

$$S_{aa} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & \dots & S_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m,1} & \dots & S_{m,m} \end{bmatrix}; \quad S_{ab} = \begin{bmatrix} S_{1,m+1} & \dots & S_{1,2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m,m+1} & \dots & S_{m,2m} \end{bmatrix}; \quad (1.7b)$$

$$S_{ba} = \begin{bmatrix} S_{m+1,1} & \dots & S_{m+1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{2m,1} & \dots & S_{2m,m} \end{bmatrix}; \quad S_{bb} = \begin{bmatrix} S_{m+1,m+1} & \dots & S_{m+1,2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{2m,m+1} & \dots & S_{2m,2m} \end{bmatrix}.$$

Матрицы рассеяния удобно применять при решении задач по согласованию устройств СВЧ, расчету погрешностей, обуславливаемых отражениями, и т. д. С другой стороны, в ряде случаев, например, при исследовании каскадного соединения нескольких устройств СВЧ (отдельных звеньев фильтров СВЧ, аттенюаторов и т. д.) применение матриц рассеяния становится затруднительным. В этом случае пользуются матрицами передачи.

б) Матрицы передачи

Матрица передачи $[T]$ устанавливает зависимость волн на входе устройства от волн на его выходе. Важной особенностью этой матрицы является то, что $[T]$ -матрица каскадного соединения ряда элементов СВЧ равна произведению матриц передачи этих элементов. В общем случае, когда сочленение имеет как угодно большое число подключаемых линий, матрица передачи имеет смысл, если эти линии могут быть разбиты на две группы: входные и выходные линии. Для случая, представленного на рис. 1.3:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1,1} & \dots & T_{1,m} & T_{1,m+1} & \dots & T_{1,2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{m,1} & \dots & T_{m,m} & T_{m,m+1} & \dots & T_{m,2m} \\ \hline T_{m+1,1} & \dots & T_{m+1,m} & T_{m+1,m+1} & \dots & T_{m+1,2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{2m,1} & \dots & T_{2m,m} & T_{2m,m+1} & \dots & T_{2m,2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{m+1} \\ \vdots \\ b_{2m} \\ a_{m+1} \\ \vdots \\ a_{2m} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

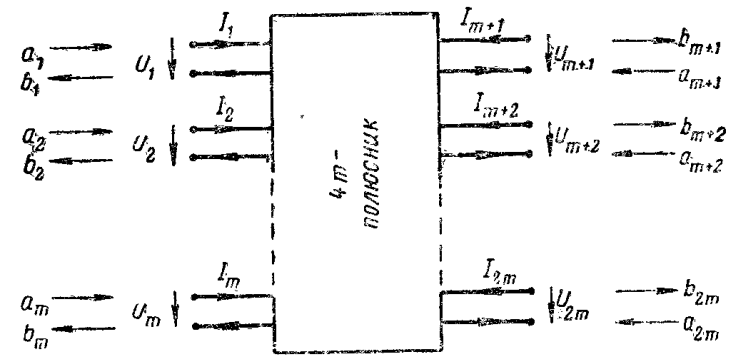


Рис. 1.3. $2n$ -полюсник с двумя равными группами зажимов ($4m$ -полюсник).

Равенство (1.8) можно также выразить с помощью клеточных матриц

$$\begin{bmatrix} a_I \\ b_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{aa} & T_{ab} \\ T_{ba} & T_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{II} \\ a_{II} \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

Из (1.8) легко получить аналогичные матричные уравнения для практически важных случаев восьмипольсника ($m=2$) и четырехполюсника ($m=1$).

При $m=2$, в частности, получим

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ \hline T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Очевидно, что элементы T_{ik} матрицы $[T]$ в общем случае также являются комплексными, а сама матрица $[T]$ — нормированной.

1.3. МАТРИЦЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ $2n$ -ПОЛЮСНИКА

Кроме волновых матриц на СВЧ в ряде случаев используются также матрицы классической теории цепей, нашедшие широкое распространение при анализе низкочастотных устройств [1.5, 1.6]. К ним, в частности, относятся:

- а) матрицы полных сопротивлений $[Z]$;
- б) матрицы полных проводимостей $[Y]$;
- в) $[A]$ -матрицы.

Применение всех этих матриц на СВЧ основывается на том факте, что для всех линий передачи, включая и волноводы, можно, используя теорему Умова — Пойнтинга, ввести понятия эквивалентных комплексных значений тока I и напряжения U , отнесенных к данным зажимам сочленения [1.7]. Амплитуды I и U нормируются таким образом, чтобы мощность, проходящая по линии передачи, была равна произведению $\frac{1}{2} UI$.

Зависимость между амплитудами токов и напряжений определяется равенствами:

$$\begin{aligned} U_k &= a_k + b_k, \\ I_k &= a_k - b_k, \end{aligned} \quad (1.11)$$

$k = 1, \dots, n$.

а) Матрицы полных сопротивлений

Для некоторого сочленения с n -плечами ($2n$ -полюсника) можно записать:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \dots + Z_{1n}I_n, \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + \dots + Z_{2n}I_n, \\ &\vdots \\ U_n &= Z_{n1}I_1 + Z_{n2}I_2 + \dots + Z_{nn}I_n \end{aligned} \quad (1.12)$$

или

$$U_i = \sum_{k=1}^n Z_{ik}I_k \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1.13)$$

В матричной форме уравнения (1.12), (1.13) запишутся в следующем виде:

$$[U] = [Z][I], \quad (1.14)$$

где

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}.$$

Здесь $[Z]$ — приведенная матрица полных сопротивлений, устанавливающая, как это видно из (1.14), зави-

симость эквивалентных напряжений на зажимах сочленения U_k от эквивалентных токов I_k .

Для $4m$ -полюсника матрицу (1.14) целесообразно переписать в клеточной форме. С учетом обозначений зажимов, принятых на рис. 1.3, получим

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ U_{m+1} \\ \vdots \\ U_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} \dots Z_{1,m} & Z_{1,m+1} \dots Z_{1,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{m,1} \dots Z_{m,m} & Z_{m,m+1} \dots Z_{m,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{m+1,1} \dots Z_{m+1,m} & Z_{m+1,m+1} \dots Z_{m+1,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{2m,1} \dots Z_{2m,m} & Z_{2m,m+1} \dots Z_{2m,2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_m \\ I_{m+1} \\ \vdots \\ I_{2m} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

или сокращенно

$$\begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix}. \quad (1.16)$$

б) Матрицы полных проводимостей

С помощью уравнений, аналогичных (1.12), можно выразить зависимость эквивалентных токов I_k на зажимах сочленения от напряжений U_k . В матричной форме для $2n$ -полюсника эта зависимость имеет вид

$$[I] = [Y][U],$$

где

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}.$$

Здесь $[Y]$ — приведенная матрица проводимостей.

Для $4m$ -полюсника, используя клеточную матрицу проводимостей, можно записать

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_m \\ I_{m+1} \\ \vdots \\ I_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} \dots Y_{1,m} & Y_{1,m+1} \dots Y_{1,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{m,1} \dots Y_{m,m} & Y_{m,m+1} \dots Y_{m,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{m+1,1} \dots Y_{m+1,m} & Y_{m+1,m+1} \dots Y_{m+1,2m} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{2m,1} \dots Y_{2m,m} & Y_{2m,m+1} \dots Y_{2m,2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ U_{m+1} \\ \vdots \\ U_{2m} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

или сокращенно

$$\begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix}. \quad (1.18)$$

Заметим, что между матрицами полных проводимостей $[Y]$ и полных сопротивлений $[Z]$ существует простая зависимость [1.7]:

$$[Y] = [Z]^{-1}. \quad (1.19)$$

в) $[A]$ -матрицы

В случае, когда полюсные пары многополюсника разделяются на две равные группы: входную и выходную, возможно также применение $[A]$ -матриц, устанавливающих следующую зависимость между входными и выходными величинами:

$$\begin{bmatrix} U_I \\ I_I \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_{II} \\ I_{II} \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Здесь U_I , U_{II} , I_I и I_{II} имеют те же значения, что и ранее. Клеточная $[A]$ -матрица $4m$ -полюсника, представленного на рис. 1.3, имеет вид

$$[A] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{A_{aa}}{A_{ba}} & \frac{A_{ab}}{A_{bb}} \\ \hline A_{1,1} \dots A_{1,m} & A_{1,m+1} \dots A_{1,2m} \\ \hline A_{m,1} \dots A_{m,m} & A_{m,m+1} \dots A_{m,2m} \\ \hline A_{m+1,1} \dots A_{m+1,m} & A_{m+1,m+1} \dots A_{m+1,2m} \\ \hline A_{2m,1} \dots A_{2m,m} & A_{2m,m+1} \dots A_{2m,2m} \end{array} \right]. \quad (1.21)$$

1.4. СВЯЗЬ МЕЖДУ МАТРИЦАМИ $2n$ -ПОЛЮСНИКА

Между различными видами матриц $2n$ -полюсника (рис. 1.2) можно установить взаимосвязь.

Зависимость $[S]$ от $[Z]$ имеет вид [1.2, 1.4]

$$[S] = ([Z] - [1]) ([Z] + [1])^{-1}, \quad (1.22)$$

где $[1]$ — единичная матрица того же порядка, что и $[S]$.

Обратную зависимость получим, решая (1.22) относительно $[Z]$:

$$[Z] = 2([1] - [S])^{-1} - [1]. \quad (1.23)$$

Можно показать также, что

$$[S] = ([1] - [Y]) ([1] + [Y])^{-1}, \quad (1.24)$$

откуда аналогичным способом получается

$$[Y] = 2([1] + [S])^{-1} - [1]. \quad (1.25)$$

Связь между клетками матрицы рассеяния $4m$ -полюсника и клетками матриц $[Z]$, $[Y]$ и $[A]$ выражается соотношениями [1.2]:

$$[S] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{S_{aa}}{S_{ba}} & \frac{S_{ab}}{S_{bb}} \\ \hline Z_5^{-1} Z_{21} C_1 & -Z_5^{-1} Z_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} Y_1 Y_2 & -Y_1 Y_3 \\ \hline -Y_5^{-1} Y_{21} C_2 & Y_5^{-1} Y_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} (A_1 - A_2)(A_3 - A_4)^{-1} & \frac{1}{2}(A_1 D_2 + A_2 D_1) \\ \hline 2(A_3 - A_4)^{-1} & -(A_3 - A_4)^{-1}(A_3 + A_4) \end{array} \right], \quad (1.26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= [1 + Z_{aa} - Z_{ab}(1 + Z_{bb})^{-1} Z_{ba}]^{-1}, \\ Z_2 &= 1 - Z_{aa} + Z_{ab}(1 + Z_{bb})^{-1} Z_{ba}, \\ Z_3 &= Z_{ab} [1 + (1 + Z_{bb})^{-1} (1 - Z_{bb})], \\ Z_4 &= 1 - Z_{bb} - Z_{ba} S_{ab}, \\ Z_5 &= 1 + Z_{bb}; \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= [1 + Y_{aa} - Y_{ab}(1 + Y_{bb})^{-1} Y_{ba}]^{-1}, \\ Y_2 &= 1 - Y_{aa} + Y_{ab}(1 + Y_{bb})^{-1} Y_{ba}, \\ Y_3 &= Y_{ab} [1 + (1 + Y_{bb})^{-1} (1 - Y_{bb})], \\ Y_4 &= 1 - Y_{bb} - Y_{ba} S_{ab}, \\ Y_5 &= 1 + Y_{bb}; \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_{aa} - A_{ba}, \\ A_2 &= A_{ab} - A_{bb}, \\ A_3 &= A_{aa} + A_{ba}, \\ A_4 &= A_{ab} + A_{bb}; \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

2*

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= 1 - S_{aa}, \\ C_2 &= 1 + S_{aa}, \\ D_1 &= 1 - S_{bb}, \\ D_2 &= 1 + S_{bb}. \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

В формулах (1.27)–(1.35) 1 — единичная матрица того же порядка, что и клетки матрицы рассеяния [S] — S_{aa} , S_{ab} и т. д.

В свою очередь,

$$\begin{aligned} [Z] &= \left[\begin{array}{c|c} Z_{aa} & Z_{ab} \\ \hline Z_{ba} & Z_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \left\{ \begin{array}{cc} -(1 + C_4 D_3)(1 - C_3 D_3)^{-1} & Z_{aa} C_3 - C_4 \\ Z_{bb} D_3 - D_4 & -(S_{ba} + C_1 D_4)(S_{ba} - C_1 D_3)^{-1} \end{array} \right\}; \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$\begin{aligned} [Y] &= \left[\begin{array}{c|c} Y_{aa} & Y_{ab} \\ \hline Y_{ba} & Y_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \left[\begin{array}{cc} (1 - C_3 D_4)(1 - C_4 D_4)^{-1} & C_3 - Y_{aa} C_4 \\ -(Y_{bb} D_4 - D_3) & -(S_{ba} + C_2 D_3)(S_{ba} - C_2 D_4)^{-1} \end{array} \right]; \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} [A] &= \left[\begin{array}{c|c} A_{aa} & A_{ab} \\ \hline A_{ba} & A_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} S_{ab} + C_4 D_1 & + S_{ab} - C_4 D_2 \\ -S_{ab} + C_3 D_1 & -S_{ab} - C_3 D_2 \end{array} \right], \end{aligned} \quad (1.33)$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_3 &= (1 - S_{aa}) S_{ba}^{-1}, \\ C_4 &= (1 + S_{aa}) S_{ba}^{-1}, \\ D_3 &= (1 - S_{bb}) S_{ab}^{-1}, \\ D_4 &= (1 + S_{bb}) S_{ab}^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

Между клетками матрицы передачи [T] 4m-полюсника и клетками матриц [Z], [Y] и [A] существует следующая

зависимость [1.2]:

$$\begin{aligned} [T] &= \left[\begin{array}{c|c} T_{aa} & T_{ab} \\ \hline T_{ba} & T_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} -Z_{ab} + (1 + Z_{aa}) Z_{ba}^{-1} (1 + Z_{bb}) & Z_{ab} + (1 + Z_{aa}) Z_{ba}^{-1} (1 - Z_{bb}) \\ -Z_{ab} - (1 - Z_{aa}) Z_{ba}^{-1} (1 + Z_{bb}) & Z_{ab} - (1 - Z_{aa}) Z_{ba}^{-1} (1 - Z_{bb}) \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} Y_{ab} - (1 + Y_{aa}) Y_{ba}^{-1} (1 + Y_{bb}) & Y_{ab} + (1 + Y_{aa}) Y_{ba}^{-1} (1 - Y_{bb}) \\ -Y_{ab} - (1 - Y_{aa}) Y_{ba}^{-1} (1 + Y_{bb}) & -Y_{ab} + (1 - Y_{aa}) Y_{ba}^{-1} (1 - Y_{bb}) \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} A_{aa} - A_{ab} + A_{ba} - A_{bb} & A_{aa} + A_{ab} + A_{ba} + A_{bb} \\ A_{aa} - A_{ab} - A_{ba} + A_{bb} & A_{aa} + A_{ab} - A_{ba} - A_{bb} \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Обратно

$$\begin{aligned} [Z] &= \left[\begin{array}{c|c} Z_{aa} & Z_{ab} \\ \hline Z_{ba} & Z_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} 2T_1 T_3^{-1} & T_2 - T_1 T_3^{-1} T_4 \\ 4T_3^{-1} & -2T_3^{-1} T_4 \end{array} \right]; \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\begin{aligned} [Y] &= \left[\begin{array}{c|c} Y_{aa} & Y_{ab} \\ \hline Y_{ba} & Y_{bb} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} 2T_4 T_2^{-1} & T_3 - T_4 T_2^{-1} T_1 \\ 4T_2^{-1} & -2T_2^{-1} T_1 \end{array} \right]; \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$[A] = \left[\begin{array}{c|c} A_{aa} & A_{ab} \\ \hline A_{ba} & A_{bb} \end{array} \right] = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cc} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{array} \right], \quad (1.38)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_{aa} + T_{ab} + T_{ba} + T_{bb}, \\ T_2 &= -T_{aa} + T_{ab} - T_{ba} + T_{bb}, \\ T_3 &= T_{aa} + T_{ab} - T_{ba} - T_{bb}, \\ T_4 &= -T_{aa} + T_{ab} + T_{ba} - T_{bb}. \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

Из (1.6) и (1.9) можно найти зависимость между клеточными матрицами [T] и [S]:

$$[T] = \left[\begin{array}{cc} S_{ba}^{-1} & -S_{ba}^{-1} S_{bb} \\ S_{aa} S_{ba}^{-1} & S_{ab} - S_{aa} S_{ba}^{-1} S_{bb} \end{array} \right]; \quad (1.40)$$

$$[S] = \left[\begin{array}{cc} T_{ba} T_{aa}^{-1} & T_{bb} - T_{ba} T_{aa}^{-1} T_{ab} \\ T_{aa}^{-1} & -T_{aa}^{-1} T_{ab} \end{array} \right]. \quad (1.41)$$

Последние два выражения имеют особенно важное значение, поскольку они необходимы при расчетах волновых матриц сложных устройств. Наиболее важным частным случаем общих формул (1.40) и (1.41) является случай восьмиполюсника с двумя равными группами линии — входной и выходной. Такие восьмиполюсники выражают свойства многих широко распространенных устройств: двойных тройников, направленных ответвителей, циркуляторов и т. д. Для того чтобы перейти от матрицы [S] к матрице [T], необходимо подставить в (1.40) выражения для S_{aa} , S_{ab} и т. д. при $m=2$. В результате получим

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{42}}{B} & -\frac{S_{32}}{B} & \frac{S_{32}S_{43} - S_{42}S_{33}}{B} & \frac{S_{32}S_{44} - S_{42}S_{34}}{B} \\ -\frac{S_{41}}{B} & \frac{S_{31}}{B} & \frac{S_{41}S_{33} - S_{31}S_{43}}{B} & \frac{S_{41}S_{34} - S_{31}S_{44}}{B} \\ \frac{S_{11}S_{42} - S_{12}S_{41}}{B} & \frac{S_{12}S_{31} - S_{11}S_{32}}{B} & P & Q \\ \frac{S_{21}S_{42} - S_{22}S_{41}}{B} & \frac{S_{22}S_{31} - S_{21}S_{32}}{B} & R & V \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

где

$$\begin{aligned} B &= S_{31}S_{42} - S_{32}S_{41}, \\ P &= S_{13} + \frac{(S_{12}S_{41} - S_{11}S_{42})S_{33}}{B} + \frac{(S_{11}S_{32} - S_{12}S_{31})S_{43}}{B}, \\ Q &= S_{14} + \frac{(S_{12}S_{41} - S_{11}S_{42})S_{34}}{B} + \frac{(S_{11}S_{32} - S_{12}S_{31})S_{44}}{B}, \\ R &= S_{23} + \frac{(S_{22}S_{41} - S_{21}S_{42})S_{33}}{B} + \frac{(S_{21}S_{32} - S_{22}S_{31})S_{43}}{B}, \\ V &= S_{24} + \frac{(S_{22}S_{41} - S_{21}S_{42})S_{34}}{B} + \frac{(S_{21}S_{32} - S_{22}S_{31})S_{44}}{B}. \end{aligned}$$

Заметим, что выражение (1.42) применимо и к невзаимным устройствам. Для взаимного восьмиполюсника это выражение упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned} T_{11} &= -\frac{S_{24}}{B'}; & T_{12} &= \frac{S_{23}}{B'}; \\ T_{13} &= \frac{S_{33}S_{24} - S_{23}S_{34}}{B'}; & T_{14} &= \frac{S_{34}S_{24} - S_{23}S_{44}}{B'}; \\ T_{21} &= \frac{S_{14}}{B'}; & T_{22} &= -\frac{S_{13}}{B'}; \\ T_{23} &= \frac{S_{13}S_{34} - S_{14}S_{33}}{B'}; & T_{24} &= \frac{S_{13}S_{44} - S_{14}S_{34}}{B'}; \\ T_{31} &= \frac{S_{12}S_{14} - S_{11}S_{24}}{B'}; & T_{32} &= \frac{S_{11}S_{23} - S_{12}S_{13}}{B'}; \\ T_{33} &= S_{11}T_{13} + S_{12}T_{23} + S_{13}; & T_{34} &= S_{11}S_{14} + S_{12}T_{24} + S_{14}; \\ T_{41} &= \frac{S_{22}S_{14} - S_{12}S_{24}}{B'}; & T_{42} &= \frac{S_{12}S_{23} - S_{22}S_{13}}{B'}; \\ T_{43} &= S_{12}T_{13} + S_{22}T_{23} + S_{23}; & T_{44} &= S_{12}T_{14} + S_{22}T_{24} + S_{24}, \end{aligned} \quad (1.43)$$

где $B' = S_{23}S_{14} - S_{13}S_{24}$.

Формулу перехода от матрицы [T] к матрице [S] для невзаимного восьмиполюсника можно получить, полагая $m=2$ и подставляя развернутые выражения для T_{aa} , T_{ab} и т. д. в (1.41). При этом получим

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{31}T_{22} - T_{32}T_{21}}{C} & \frac{T_{32}T_{11} - T_{31}T_{12}}{C} & K & L \\ \frac{T_{41}T_{22} - T_{42}T_{21}}{C} & \frac{T_{42}T_{11} - T_{41}T_{12}}{C} & M & N \\ \frac{T_{22}}{C} & -\frac{T_{12}}{C} & \frac{T_{12}T_{23} - T_{22}T_{13}}{C} & \frac{T_{12}T_{24} - T_{22}T_{14}}{C} \\ -\frac{T_{21}}{C} & \frac{T_{11}}{C} & \frac{T_{21}T_{13} - T_{11}T_{23}}{C} & \frac{T_{21}T_{14} - T_{11}T_{24}}{C} \end{bmatrix}, \quad (1.44)$$

где

$$C = T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21},$$

$$K = T_{33} - \frac{(T_{31}T_{22} - T_{32}T_{21})T_{13}}{C} - \frac{(T_{32}T_{11} - T_{31}T_{12})T_{23}}{C},$$

$$L = T_{34} - \frac{(T_{31}T_{22} - T_{32}T_{21})T_{14}}{C} - \frac{(T_{32}T_{11} - T_{31}T_{12})T_{24}}{C},$$

$$M = T_{43} - \frac{(T_{41}T_{22} - T_{42}T_{21})T_{13}}{C} - \frac{(T_{42}T_{11} - T_{41}T_{12})T_{23}}{C},$$

$$N = T_{44} - \frac{(T_{41}T_{22} - T_{42}T_{21})T_{14}}{C} - \frac{(T_{42}T_{11} - T_{41}T_{12})T_{24}}{C}.$$

Из (1.44) в случае взаимного восьмиполюсника для отдельных коэффициентов матрицы [S] получим

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{T_{21}T_{32} - T_{22}T_{31}}{C'}, & S_{12} &= \frac{T_{12}T_{31} - T_{11}T_{32}}{C'}, \\ S_{13} &= -\frac{T_{22}}{C'}, & S_{14} &= \frac{T_{21}}{C'}, \\ S_{22} &= \frac{T_{12}T_{41} - T_{11}T_{42}}{C'}, & S_{23} &= \frac{T_{12}}{C'}, \\ S_{24} &= -\frac{T_{11}}{C'}, & S_{33} &= \frac{T_{13}T_{22} - T_{12}T_{23}}{C'}, \\ S_{34} &= \frac{T_{11}T_{23} - T_{13}T_{21}}{C'}, & S_{44} &= \frac{T_{11}T_{24} - T_{14}T_{21}}{C'}, \end{aligned} \right\} (1.45)$$

где

$$C' = T_{12}T_{21} - T_{11}T_{22}.$$

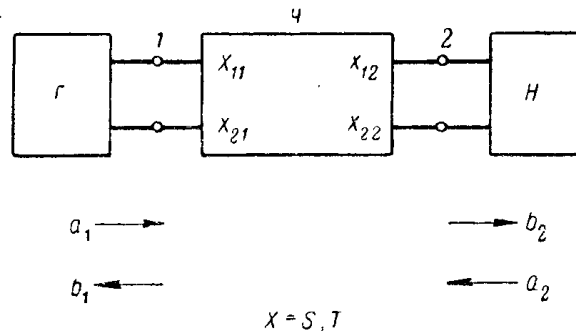


Рис. 1.4. Четырехполюсник (двухплечное сочленение): Г — генератор; Н — нагрузка; Ч — собственно четырехполюсник.

Формулы перехода от [S] к [T] и обратно для четырехполюсника, представленного на рис. 1.4, легко получить из (1.40) и (1.41). В этом случае, заменяя индексы *a* и *b* на 1 и 2 соответственно получаем

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_{21}} & -\frac{S_{22}}{S_{21}} \\ \frac{S_{11}}{S_{21}} & S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} \end{bmatrix}, \quad (1.46)$$

а также

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{T_{21}}{T_{11}} & T_{22} - \frac{T_{12}T_{21}}{T_{11}} \\ \frac{1}{T_{11}} & -\frac{T_{12}}{T_{11}} \end{bmatrix}. \quad (1.47)$$

1.5. УСЛОВИЯ СИММЕТРИИ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

На сверхвысоких частотах наиболее общими свойствами обладает сочленение, содержащее среды как со

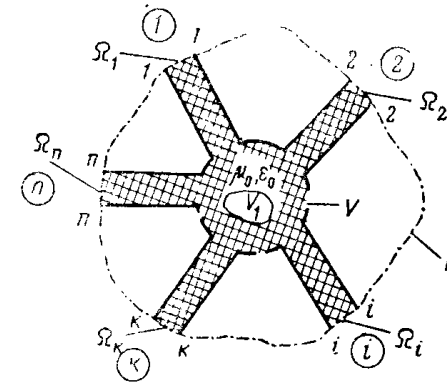


Рис. 1.5. Сочленение из *n*-волноводов, внутри которого имеется объем V_1 , заполненный средой с тензорными параметрами μ и ϵ :

$\Omega_1, \Omega_2, \dots$ — граничные плоскости; V — объем сочленения; F — поверхность, ограничивающая V ; μ_0 и ϵ_0 — магнитная и диэлектрическая проницаемости свободного пространства.

скалярными, так и с тензорными параметрами. Рассмотрим условия симметрии матрицы рассеяния такого сочленения. Пусть в пределах сочленения (рис. 1.5) имеется некоторый объем V_1 , заполненный веществом, диэлек-

трическая и магнитная проницаемость которого выражается соответственно несимметричными тензорами $\overleftrightarrow{\mu}$ и $\overleftrightarrow{\varepsilon}^1$.

В этом случае можно показать [1.9], что

$$S_{ik} - S_{ki} = j \frac{\omega}{2a_i a_k} \left[\int_{V_1} (\overleftrightarrow{\mu} - \overleftrightarrow{\tilde{\mu}}) \overline{H}^{(i)} \overline{H}^{(k)} dV_1 + \int_{V_1} (\overleftrightarrow{\varepsilon} - \overleftrightarrow{\tilde{\varepsilon}}) \overline{E}^{(i)} \overline{E}^{(k)} dV_1 \right]. \quad (1.50)$$

Здесь

$\overline{H}^{(i)}$ и $\overline{H}^{(k)}$ — напряженности магнитного поля на граничных сечениях Ω_i и Ω_k ;

$\overline{E}^{(i)}$ и $\overline{E}^{(k)}$ — напряженности электрического поля на тех же сечениях;

a_i и a_k — комплексные амплитуды падающих волн;

$\overleftrightarrow{\mu}$ и $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ — тензоры, полученные из $\overleftrightarrow{\tilde{\mu}}$ и $\overleftrightarrow{\tilde{\varepsilon}}$ при помощи замены строк столбцами; ω — угловая частота.

Из уравнения (1.50) видно, что асимметрия тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей обуславливает асимметрию матрицы рассеяния сочленения. Практически важным является, например, случай сочле-

¹ В частности, для гиромангнитной среды — намагниченного феррита [1.8]:

$$\overleftrightarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu - jk & 0 \\ jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \varepsilon_1. \quad (1.48)$$

Для гироэлектрической среды

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon - jl & 0 \\ jl & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \mu = \mu_1. \quad (1.49)$$

нения с ферритом, намагниченным до насыщения. Из уравнения (1.50) в этом случае можно получить

$$S_{ik} - S_{ki} = \omega \mu_0 k \int_{V_1} \bar{k} (\overline{H}^{(i)} \overline{H}^{(k)}) dV_1, \quad (1.51)$$

где \bar{k} — единичный вектор, совпадающий по направлению с приложенным к ферритовому образцу постоянным магнитным полем H_0 ;

k — множитель, зависящий от H_0 и свойств феррита.

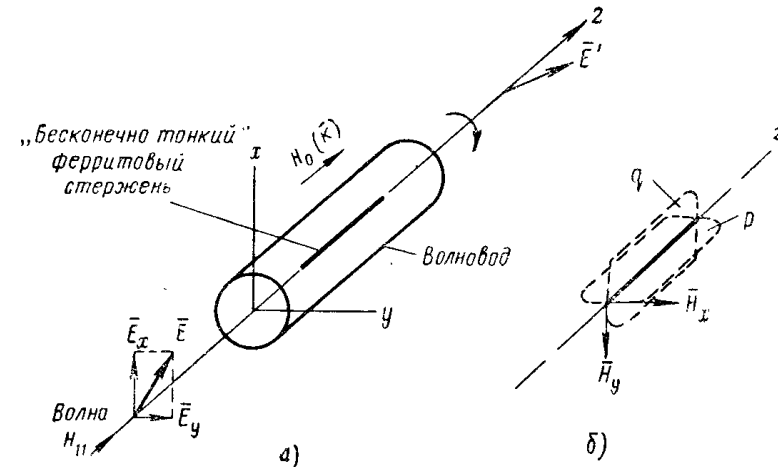


Рис. 1.6. Устройство с ферритом, обеспечивающее поворот плоскости поляризации падающей на него волны:

\overline{E} — вектор падающей волны; \overline{E}' — вектор прошедшей волны; \overline{E}_x и \overline{E}_y — векторы линейной поляризации на входе устройства; p и q — магнитные силовые линии поляризации \overline{E}_x и \overline{E}_y соответственно; \overline{H}_x и \overline{H}_y — напряженности магнитного поля на продольной оси устройства.

Амплитуды падающих волн здесь принимаются равными единице.

Из уравнения (1.51) видно, что при определенных соотношениях между направлениями постоянного (подмагничивающего) и сверхвысокочастотного полей интеграл в правой части уравнения (1.51) отличен от нуля. При этом матрица рассеяния сочленения асимметрична. Это положение можно проиллюстрировать конкретным примером. Рассмотрим устройство, обеспечивающее поворот плоскости поляризации падающей на него волны (рис. 1.6). Падающую линейно-поляризованную волну \overline{E}

разложим по осям x и y на две волны: \bar{E}_x и \bar{E}_y , имеющие в данном случае одинаковые фазы. Можно предположить, как это делается обычно при рассмотрении поляризационных устройств, что каждая из этих составляющих распространяется по своей собственной линии передачи. Пусть, например, составляющая \bar{E}_x распространяется по i -й, а составляющая \bar{E}_y — по k -й линиям. Векторное произведение напряженностей магнитных полей \bar{H}_x и \bar{H}_y этих волн в месте расположения феррита будет направлено по оси z , т. е. в том же направлении, что и \bar{k} . В соответствии с (1.51) матрица этого устройства должна быть асимметричной.

С другой стороны, при отсутствии в сочленении среды с тензорными параметрами $\overset{\leftrightarrow}{\mu} = \overset{\sim}{\mu} = \mu_0$ и $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon} = \overset{\sim}{\epsilon} = \epsilon_0$ правая часть уравнения (1.50) всегда равна нулю. Таким образом, матрица рассеяния сочленения без потерь, заполненного средой со скалярными параметрами μ_0 и ϵ_0 , симметрична.

Если сочленение будет заполнено не вакуумом, а какой-либо другой средой с μ и ϵ , не являющимися тензорами, выводы, сделанные выше, также сохраняют свою силу.

1.6. УНИТАРНОСТЬ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ СОЧЛЕНЕНИЯ БЕЗ ПОТЕРЬ

Покажем, что матрица рассеяния сочленения без потерь (в том числе и невзаимного) является унитарной [1.9, 1.10].

Используя закон сохранения энергии, для сочленения общего вида (рис. 1.5) в отсутствии потерь можно записать

$$P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (a_j a_j^* - b_j b_j^*) \geq 0, \quad (1.52)$$

где

$P_{\text{вх}}$ — общая мощность на входе сочленения;
 $P_{\text{вых}}$ — общая мощность на выходе сочленения;
 a_j, b_j — комплексные амплитуды падающей и отраженной волн в j -й линии сочленения соответственно.

Выразим значения b_i через элементы матрицы рассеяния и значения a_i :

$$\sum_{j=1}^n (a_j a_j^* - \sum_{i,k} S_{ji} S_{jk}^* a_i a_k^*) \geq 0. \quad (1.53)$$

или в матричной записи

$$\tilde{a}^* ([1] - [\tilde{S}]^* [S]) a \geq 0, \quad (1.54)$$

где $[\tilde{S}]^*$ представляет собой транспонированную матрицу $[S]$ с комплексно сопряженными элементами. Если потери отсутствуют, из (1.54) получим

$$[\tilde{S}]^* [S] = [1]. \quad (1.55)$$

При выводе этого никаких допущений о взаимности сочленений сделано не было.

Итак: матрица рассеяния как взаимного, так и невзаимного сочленения без потерь является унитарной.

Рассмотрим некоторые следствия, вытекающие из выражения (1.55).

Следствие I

Сумма квадратов модулей всех матричных элементов любого столбца матрицы рассеяния сочленения без потерь равна единице, т. е.

$$\sum_{i=1}^n |S_{ik}|^2 = 1, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1.56)$$

Если устройство взаимное, т. е. матрица рассеяния симметричная, то, кроме того, сумма квадратов модулей всех матричных элементов любой строки равна единице:

$$\sum_{k=1}^n |S_{ik}|^2 = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.57)$$

Следствие II

Для любой пары столбцов матрицы рассеяния сочленения без потерь сумма произведений каждого матричного элемента из одного столбца на соответствующий

сопряженный элемент, расположенный в той же строке из другого столбца, равна нулю, т. е.

$$\sum_{i=1}^n S_{ip} S_{iq}^* = 0, \\ p, q = 1, 2, \dots, n. \quad (1.58)$$

Если сочленение взаимное, то, кроме того, сумма произведений каждого матричного элемента из одной строки на соответствующий, расположенный в том же столбце сопряженный элемент из другой строки, равна нулю, т. е.

$$\sum_{k=1}^n S_{rk} S_{sk}^* = 0, \\ r, s = 1, 2, \dots, n. \quad (1.59)$$

1.7. МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ОБЩЕГО СЛУЧАЯ СОЕДИНЕНИЯ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

При расчете характеристик сложных устройств СВЧ часто возникает необходимость в определении матрицы рассеяния сложного устройства по известным матрицам рассеяния входящих в него многополюсников. Здесь этот вопрос рассматривается применительно к общему случаю произвольного соединения сколь угодно большого числа элементов [1.11—1.13].

Наиболее общий случай соединения многополюсников предполагает, что:

1) некоторые зажимы исходных элементарных многополюсников нагружаются на сопротивления, вызывающие в общем случае отражения,

2) некоторые зажимы тех или иных многополюсников определенным образом соединяются друг с другом через соединительные линии,

3) зажимы многополюсников, оставшиеся свободными, образуют, возможно, с помощью удлинительных линий, зажимы нового сложного многополюсника, матрицу $[S]$ которого требуется определить.

Всю совокупность отдельных многополюсников условно можно представить в виде некоторого сложного $2n$ -полюсника (рис. 1.7).

Остановимся на порядке обозначения зажимов. Те из них, которые соответствуют п. 3¹, обозначим в произвольной последовательности цифрами от 1 до m . Поскольку они (иногда с помощью удлинительных линий) образуют выходные зажимы нового сложного многополюсника, последний является $2m$ -полюсником.

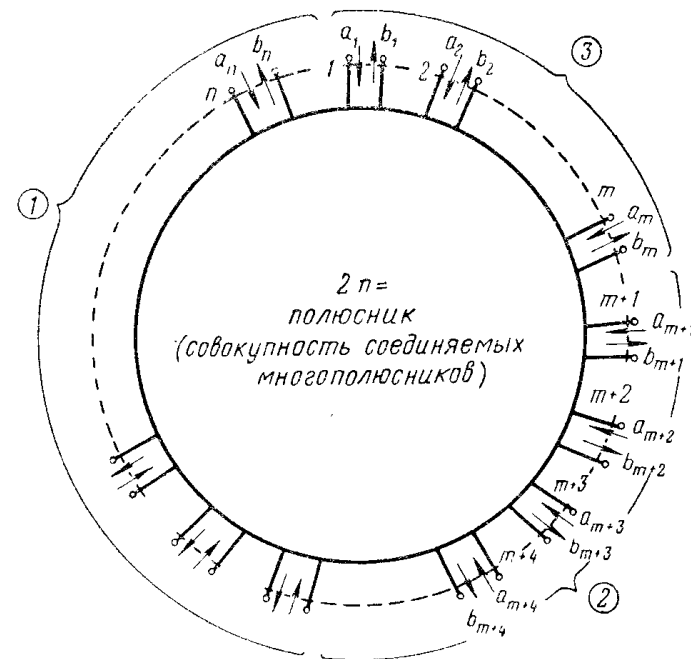


Рис. 1.7. Сложный $2n$ -полюсник.

Зажимы, соответствующие п. 2, обозначим цифрами $m+1, m+2, \dots$ в такой последовательности, чтобы зажимы $m+1$ соединялись в общем случае при помощи отрезка передающей линии с зажимами $m+2$, зажимы $m+3$ — с зажимами $m+4$ и т. д.

Зажимы, соответствующие п. 1), обозначим в произвольной последовательности оставшимися цифрами до n . Связь между падающими и отраженными волнами на зажимах $2n$ -полюсника выражается следующим

¹ Группы зажимов, соответствующие пп. 1), 2) и 3), обозначены на рис. 1.7 соответствующими цифрами.

равенством:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ b_m \\ b_{m+1} \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ a_m \\ a_{m+1} \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix}. \quad (1.60)$$

Здесь величины a и b разделены на две группы, соответствующие «замкнутым» (т. е. связанным друг с другом или нагруженным на сопротивления) и «не замкнутым» (свободным) зажимам.

Матрица $[S]$ является совокупностью матриц рассеяния соединяемых многополюсников. Ее можно разделить на четыре клеточные матрицы, соответствующие двум группам величин a и b . При этом получим

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ b_m \\ b_{m+1} \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_1] & [S_2] \\ [S_3] & [S_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ a_m \\ a_{m+1} \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix}. \quad (1.61)$$

Введя обозначения

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix} &= [b_m]; \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ a_m \end{bmatrix} = [a_m]; \\ \begin{bmatrix} b_{m+1} \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} &= [b_n]; \quad \begin{bmatrix} a_{m+1} \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} = [a_n]; \end{aligned} \right\} \quad (1.62)$$

перепишем (1.61) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} [b_m] &= [S_1] [a_m] + [S_2] [a_n]; \\ [b_n] &= [S_3] [a_m] + [S_4] [a_n]. \end{aligned} \right\} \quad (1.63)$$

Этими уравнениями $2n$ -полюсник описывается полностью.

С другой стороны, совокупность окончных нагрузок и отрезков линий, подключаемых к зажимам $2n$ -полюсника, можно представить в виде второго сложного многополюсника $2(n+m)$ -полюсника.

Соединим $2n$ зажимов $2(n+m)$ -полюсника с зажимами $2n$ -полюсника. Оставшиеся свободными зажимы $2(n+m)$ -полюсника образуют зажимы нового результирующего $2m$ -полюсника, для которого и требуется определить матрицу рассеяния. Обозначения зажимов $2(n+m)$ -полюсника и $2m$ -полюсника, а также падающих

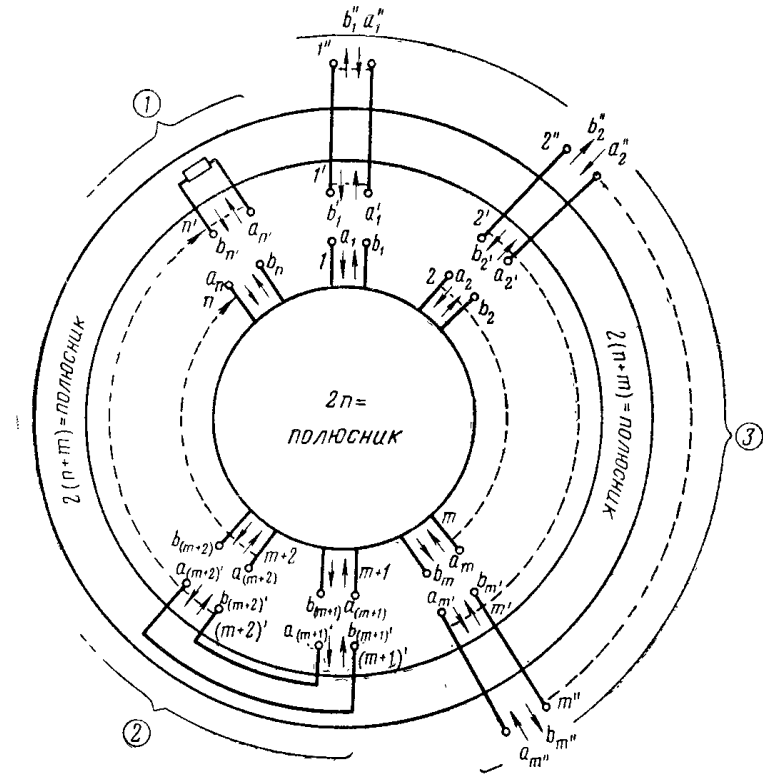


Рис. 1.8. $2m$ -полюсник, получаемый при объединении $2n$ -полюсника и $2(n+m)$ -полюсника:

1, 2 и 3 — группы зажимов.

и отраженных волн на этих зажимах иллюстрирует рис. 1.8, на котором для наглядности изображен упрощенно также и $2n$ -полюсник.

Далее, рассмотрим $2(n+m)$ -полюсник. Для каждой из удлинительных линий группы 3, входящих в $2(n+m)$ -полюсник, можно записать:

$$\begin{bmatrix} b'_h \\ b''_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\tau_h} \\ e^{-\tau_h} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_h \\ a''_h \end{bmatrix}, \quad (1.64)$$

где γ_k — постоянная передачи k -й удлинительной линии ($k=1, 2, \dots, m$).

Для всей совокупности зажимов от $1'$ до m' и от $1''$ до m'' получим

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_m \\ b''_1 \\ \vdots \\ b''_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [K_1] \\ [K_1] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ \vdots \\ a'_m \\ a''_1 \\ \vdots \\ a''_m \end{bmatrix}; \quad (1.65)$$

где

$$[K_1] = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & e^{-\gamma_m} \end{bmatrix}; \quad (1.66)$$

$[0]$ — нулевая матрица того же порядка, что и $[K_1]$. Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_m \end{bmatrix} &= [b'_m]; & \begin{bmatrix} a'_1 \\ \vdots \\ a'_m \end{bmatrix} &= [a'_m]; \\ \begin{bmatrix} b''_1 \\ \vdots \\ b''_m \end{bmatrix} &= [b''_m]; & \begin{bmatrix} a''_1 \\ \vdots \\ a''_m \end{bmatrix} &= [a''_m]. \end{aligned} \right\} \quad (1.67)$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} [b'_m] &= [K_1] \cdot [a''_m]; \\ [b''_m] &= [K_1] \cdot [a'_m]. \end{aligned} \quad (1.68)$$

Для каждой из двух пар зажимов $k, (k+1)$, где $k=m+1, m+3, \dots$, соединяемых между собой внутри $2(m+n)$ -полюсника с помощью удлинительных линий (группа 2 зажимов), в соответствии с рис. 1.8 и рис. 1.9 можно записать

$$\begin{bmatrix} a_{k'} \\ a_{(k+1)'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{\gamma_k} \\ e^{\gamma_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{k'} \\ b_{(k+1)'} \end{bmatrix} \quad (1.69a)$$

(Случай 1)

или

$$\begin{bmatrix} a_{k'} \\ a_{(k+1)'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -e^{\gamma_k} \\ -e^{\gamma_k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{k'} \\ b_{(k+1)'} \end{bmatrix}, \quad (1.69b)$$

(Случай 2)

где γ_k — постоянная передачи k -й соединительной линии. В то же время для зажимов k' ($k=n, n-1, \dots$) $2(n+m)$ -

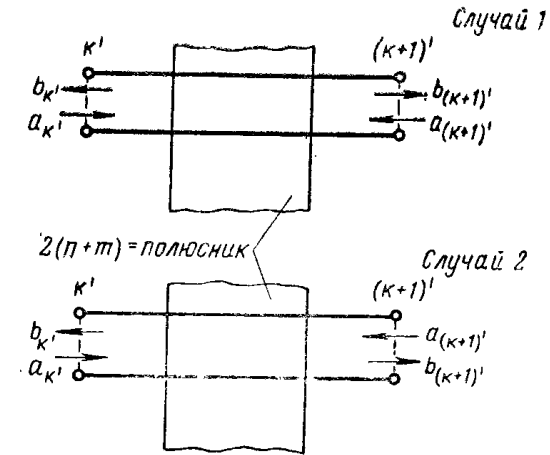


Рис. 1.9. Соединительные линии.

полюсника, соединенных с отражающими нагрузками (группа 1), справедливо

$$a_{k'} = \frac{1}{\Gamma_k} b_{k'}, \quad (1.70)$$

где Γ_k — коэффициент отражения этой нагрузки.

При $\Gamma_k=0$ (согласованная нагрузка) отсутствие отражений можно учесть, вычеркнув в матрице $[S]$ (1.60) k -ю строку и k -й столбец.

Для совокупности зажимов от $(m+1)'$ -х до n' -х с учетом (1.69a) и (1.69b) можно записать

$$\begin{bmatrix} a_{(m+1)'} \\ \vdots \\ a_{n'} \end{bmatrix} = [K_2] \begin{bmatrix} b_{(m+1)'} \\ \vdots \\ b_{n'} \end{bmatrix}, \quad (1.71)$$

где

$$[K_2] = \begin{bmatrix} 0 & \pm e^{\gamma_{m+1}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \pm e^{\gamma_{m+1}} & 0 & 0 & 0 & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \pm e^{\gamma_{m+3}} & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \pm e^{\gamma_{m+3}} & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & \frac{1}{\Gamma_{n-1}} & \cdot \\ & & & & \cdot & \frac{1}{\Gamma_n} \end{bmatrix}. \quad (1.72)$$

Используя сокращения

$$\begin{bmatrix} a_{(m+1)'} \\ \cdot \\ a_{n'} \end{bmatrix} = [a_{n'}]; \quad \begin{bmatrix} b_{(m+1)'} \\ \cdot \\ b_{n'} \end{bmatrix} = [b_{n'}], \quad (1.73)$$

получаем

$$[a_{n'}] = [K_2][b_{n'}]. \quad (1.74)$$

Уравнениями (1.68) и (1.74) $2(n+m)$ -полюсник описывается полностью.

Далее, в соответствии с рис. 1.8 при соединении зажимов $2n$ -полюсника с соответствующими зажимами $2(n+m)$ -полюсника имеем

$$\begin{aligned} a_{k'} &= b_k; \\ b_{k'} &= a_k, \end{aligned}$$

где $k=1, 2, \dots, n$.

Следовательно,

$$\begin{cases} [a_{m'}] = [b_m]; [a_{n'}] = [b_n]; \\ [b_{m'}] = [a_m]; [b_{n'}] = [a_n]. \end{cases} \quad (1.75)$$

Уравнения (1.63), (1.68), (1.74) и (1.75) образуют линейную систему, из которой можно найти зависимость между падающими и отраженными волнами на зажимах

нового сложного $2m$ -полюсника, получаемого при соединении исходных элементарных многополюсников. Эта зависимость имеет вид

$$b_{m''} = [\hat{S}] [a_{m''}], \quad (1.76)$$

где $[\hat{S}]$ — искомая матрица рассеяния сложного многополюсника, равная

$$[\hat{S}] = [K_1] \{ [S_1] - [S_2] ([S_4] - [K_2])^{-1} [S_3] \} [K_1]. \quad (1.77)$$

Вывод этого выражения дан в [1.11].

Полезно остановиться на некоторых частных случаях. Подключение удлинительных линий в формуле (1.77) учитывается матрицей $[K_1]$. Если $2m$ -полюсник образуется только в результате подключения удлинительных линий, из (1.77) получим

$$[\hat{S}] = [K_1] [S] [K_1], \quad (1.78)$$

т. е. в данном случае

$$[S_1] = [S].$$

Элемент \hat{S}_{ik} матрицы рассеяния $[\hat{S}]$ определяется выражением

$$\hat{S}_{ik} = S_{ik} e^{-(\tau_i + \tau_k)}, \quad (1.79)$$

что легко показать, подставляя (1.66) в (1.78). Так как влияние удлинительных линий легко учесть с помощью (1.79), то уравнение (1.77) можно упростить, полагая, что такие линии отсутствуют. При этом матрица $[K_1]$ превращается в единичную, а уравнение (1.77) принимает вид

$$[\hat{S}] = [S_1] - [S_2] ([S_4] - [K_2])^{-1} [S_3], \quad (1.80)$$

откуда для элемента \hat{S}_{ik} искомой матрицы $[\hat{S}]$ получим

$$\hat{S}_{ik} = S_{i_{ik}} - {}^i[S_2] ([S_4] - [K_2])^{-1} {}_k[S_3]. \quad (1.81)$$

Здесь

$S_{i_{ik}}$ — элемент, расположенный в i -й строке и k -м столбце матрицы $[S_1]$;

${}^i[S_2]$ — матрица-строка, представляющая собой i -ю строку матрицы $[S_2]$;
 ${}_k[S_3]$ — матрица-столбец, представляющая собой k -й столбец матрицы $[S_3]$.

Уравнение (1.81) можно записать иначе [1.11]:

$$\widehat{S}_{ik} = \frac{\left| \begin{array}{c} S_{1,ik} \\ \hline {}_k[S_3] \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} {}^i[S_2] \\ \hline [S_4] - [K_2] \end{array} \right|}{|[S_4] - [K_2]|} \quad (1.82)$$

Для расчета матрицы $[\widehat{S}]$ при $m < n - m$ удобнее использовать уравнения (1.80) и (1.81). В тех же случаях, когда $m > n - m$ или когда матрица $[S_4]$ является нулевой — уравнение (1.82). В последнем случае

$$[\widehat{S}] = [S_1] + [S_2] [K_2]^{-1} [S_3]. \quad (1.83)$$

Из уравнения (1.72) легко найти обратную матрицу:

$$[K_2]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \pm e^{-\gamma_{m+1}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \pm e^{-\gamma_{m+1}} & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \pm e^{-\gamma_{m+3}} & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \pm e^{-\gamma_{m+3}} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \Gamma_{n-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \Gamma_n \end{bmatrix}. \quad (1.84)$$

Практически интересным является также случай, когда ко всем выходным плечам многополюсника подключены рассогласованные нагрузки. Пусть, например, входное плечо обозначается индексом $k=1$, тогда

$$[K_2]^{-1} = \begin{bmatrix} \Gamma_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Gamma_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \Gamma_n \end{bmatrix} = [\Gamma].$$

С помощью (1.81) можно получить выражение для коэффициента отражения на входе плеча (1) многопо-

люсника, к остальным плечам которого подключены рассогласованные нагрузки

$$\Gamma_{1,1} = S_{11,1} = S_{11} - {}^1[S_2]([S_4] - [\Gamma]^{-1})^{-1} {}_1[S_3]. \quad (1.85)$$

В частном случае четырехполюсника получим известное соотношение

$$\Gamma_1 = \Gamma_{1,1} = S_{11} - S_{12}(S_{22} - \Gamma_2^{-1})^{-1} S_{21} = S_{11} + \Gamma_2 \frac{S_{12} S_{21}}{1 - \Gamma_2 S_{22}} \quad (1.86)$$

где Γ_1 — входной коэффициент отражения четырехполюсника, а Γ_2 — коэффициент отражения его нагрузки.

Примеры использования выражений (1.80) и (1.82) даны в конце главы (задача 1.1).

Для определения элементов матрицы рассеяния сложного устройства можно воспользоваться также еще одним выражением [1.14], по существу, являющимся вариантом приведенной выше формулы (1.82):

$$\widehat{S}_{ik} = \frac{(-1)^{i+k} |[S] - [B]|_{\substack{p, q, \dots; r, s, \dots; u, v \\ i, k \\ v, q, \dots}}}{|[S] - [B]|_{v, q, \dots}} \quad (1.87)$$

Это выражение может применяться также, когда часть зажимов (p, q, \dots) нагружается на пассивные рассогласованные нагрузки с коэффициентами отражения $\Gamma_p, \Gamma_q, \dots$, а другая часть зажимов ($r, s, \dots; u, v$) соединяется попарно через отрезки линий.

Предположим, что зажимы r и s соединяются с одинаковой полярностью, а u и v — с противоположной. Допустим, кроме того, что нормированные сопротивления соединяемых попарно зажимов одинаковы и равны волновым сопротивлениям соединительных линий. Тогда матрица $[B]$ в выражении (1.87) принимает вид

$$[B] = [B'] + [B''] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{1}{\Gamma_p} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \frac{1}{\Gamma_q} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} p \\ q \end{matrix} + \dots$$

	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>u</i>	<i>v</i>			
+	0	0

	.	0	$e^{\gamma_{rs}}$
	.	$e^{\gamma_{sr}}$	0

	.	.	.	0	.	.	.
	$-e^{\gamma_{uv}}$.	.
	$-e^{\gamma_{vu}}$.	.
	0	.	.
	0	0

тройников и двух четырехполюсников общего вида (рис. 1.10).

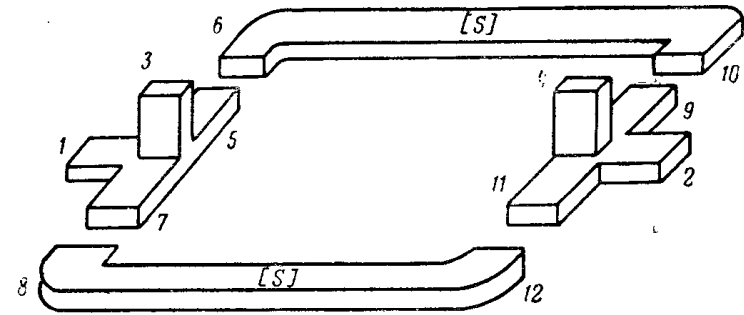


Рис. 1.10. Измерительная двухмостовая схема.

Решение

Запишем матрицы рассеяния узлов, входящих в устройство, в соответствии с обозначениями зажимов, принятыми на рис. 1.10

Для двойных тройников

$$\begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & c & c \\ 0 & 0 & c & -c \\ c & c & 0 & 0 \\ c & -c & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{matrix} & \begin{matrix} 2 & 4 & 11 & 9 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & c & c \\ 0 & 0 & c & -c \\ c & c & 0 & 0 \\ c & -c & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 11 \\ 9 \end{matrix} \end{matrix}, \quad (1.88)$$

$$\text{где } c = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Для четырехполюсников

$$\begin{matrix} \begin{matrix} 6 & 10 \\ \begin{bmatrix} S_{66} & S_{610} \\ S_{106} & S_{1010} \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} 6 \\ 10 \end{matrix} & \begin{matrix} 8 & 12 \\ \begin{bmatrix} S_{88} & S_{812} \\ S_{128} & S_{1212} \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} 8 \\ 12 \end{matrix} \end{matrix}. \quad (1.89)$$

Используя (1.88) и (1.89), составим матрицу [S] 2n-полюсника, входящую в выражение (1.60):

Матрица [S] в выражении (1.87) аналогична упоминавшейся ранее матрице 2n-полюсника — она также представляет собой совокупность матриц рассеяния несвязанных между собой исходных узлов.

Числитель в (1.87) получается следующим образом: записывается матрица [S]—[B] и из нее вычеркиваются все строки, кроме *p, q ...; r, s ...; u, v* и *i''*, а также все столбцы, кроме *p, q ...; r, s ...; u, v* и *k''*. Затем определяется детерминант полученной таким образом матрицы, который умножается на коэффициент $(-1)^{i+k}$, (где *i* — порядковый номер строки, а *k* — номер столбца искомого элемента) $S_{i,k}$ в этом детерминанте. Знаменатель получается аналогичным способом, однако при этом вычеркивается также *i*-я строка и *k*-й столбец. Применение выражения (1.87) можно проиллюстрировать на конкретных примерах (см. задачи 1.2 и 2.2).

Нередко требуется определять волновые матрицы соединений многополюсников и четырехполюсников для различных частных случаев. При этом расчетные формулы часто упрощаются. В (1.15), например, дан метод расчета матрицы передачи для практически важного случая — каскадного соединения любого числа одинаковых линейных 4*m*-полюсников.

Задача 1.1

Определить матрицу рассеяния устройства, составленного из двух идеальных согласованных двойных

$$[S] = \begin{bmatrix} [S_1] & [S_2] \\ [S_3] & [S_4] \end{bmatrix} =$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
0	0	0	0	c	0	c	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	c	0	c	0	2
0	0	0	0	c	0	-c	0	0	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	0	-c	0	c	0	4
c	0	c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
0	0	0	0	0	S _{6 6}	0	0	0	S _{6 10}	0	0	6
c	0	-c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	0	0	0	0	S _{8 8}	0	0	0	S _{8 12}	8
0	c	0	-c	0	0	0	0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	S _{10 6}	0	0	0	S _{10 10}	0	0	10
0	c	0	c	0	0	0	0	0	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	0	S _{12 8}	0	0	0	S _{12 12}	12

(1.90)

Матрица $[K_1]$ в нашем случае, поскольку отсутствуют удлинительные линии, является единичной. При построении матрицы $[K_2]$ следует учесть, что зажимы 5 и 6, 7 и 8, 9 и 10, 11 и 12 в данном случае соединены друг с другом непосредственно, поэтому все экспоненциальные элементы типа $e^{\pm \gamma_h}$ равны единице. Кроме того, выходные волноводы, к которым подключались бы частично отражающие нагрузки, здесь отсутствуют, и, следовательно, соответствующие элементы матрицы $[K_2]$ равны нулю. Заметим, что матрица $[K_2]$ имеет столько же строк и столбцов, сколько и матрица $[S_4]$. С учетом этих замечаний получим

$$[K_2] =$$

	5	6	7	8	9	10	11	12	
0	1	0	0	0	0	0	0	0	5
1	0	0	0	0	0	0	0	0	6
0	0	0	1	0	0	0	0	0	7
0	0	1	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	0	1	0	0	0	9
0	0	0	0	0	1	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0	0	1	11
0	0	0	0	0	0	0	1	0	12

(1.91)

Далее, воспользуемся формулой (1.80), подставив в нее соответ-

ствующие величины из (1.90) и (1.91):

$$[\hat{S}] = -[S_2] ([S_4] - [K_2])^{-1} [S_3] =$$

$$= - \begin{bmatrix} c & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & -c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & S_{6 6} & 0 & 0 & 0 & S_{6 10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & S_{8 8} & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{8 12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{10 6} & 0 & 0 & -1 & S_{10 10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{12 8} & 0 & 0 & -1 & S_{12 12} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} c & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

После некоторых преобразований получаем для рассматриваемого устройства с двумя мостами следующую матрицу рассеяния:

$$[\hat{S}] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_{6 6} + S_{8 8} & S_{6 10} + S_{8 12} & S_{6 6} - S_{8 8} - S_{6 10} + S_{8 12} \\ S_{10 6} + S_{12 8} & S_{10 10} + S_{12 12} & S_{10 6} - S_{12 8} - S_{10 10} + S_{12 12} \\ S_{6 6} - S_{8 8} & S_{6 10} - S_{8 12} & S_{6 6} + S_{8 8} - S_{6 10} - S_{8 12} \\ -S_{10 6} + S_{12 8} & -S_{10 10} + S_{12 12} & -S_{10 6} - S_{12 8} + S_{10 10} + S_{12 12} \end{bmatrix}. \quad (1.92)$$

В частном случае, когда матрицы четырехполюсников имеют вид

$$\begin{matrix} \overline{6 \ 10} & \overline{8 \ 12} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} 6; \\ 12 \end{matrix}$$

т. е. когда первый четырехполюсник представляет собой невзаимный фазовращатель с дифференциальным фазовым сдвигом, равным π , а второй — непосредственное соединение соответствующих плеч двойных тройников, из (1.92) получим:

$$[\hat{S}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.93)$$

Это — матрица циркулятора.

Подключив к зажимам 2 и 3 устройства, представленного на рис. 1.10, согласованные нагрузки, получим измерительную мостовую схему СВЧ. С помощью этой схемы обычно определяются характеристики взаимных и невзаимных четырехполюсников, включаемых в одно из соединительных плеч (например, между зажимами 8 и 12) путем сравнения их с четырехполюсником, состоящим из калиброванных переменных аттенуаторов и фазовращателя, включаемых в другое соединительное плечо между зажимами 6 и 10.

Для такой схемы из (1.92) можно получить

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -S_{66} + S_{88} & -S_{610} + S_{812} \\ -S_{106} + S_{128} & S_{1010} + S_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_4 \end{bmatrix}. \quad (1.94)$$

Условие баланса при подаче энергии через плечо (1) и подключении к плечу (4) согласованной детекторной секции имеет вид

$$b_4 = \frac{1}{2} (-S_{106} + S_{128}) a_1 = 0,$$

т. е. $S_{128} = S_{106}$.

Интересно отметить, что в данном случае результаты измерений не зависят от согласования четырехполюсника (8, 12).

Элементы матрицы $[\hat{S}]$ в формуле (1.92) можно получить также с помощью выражения (1.82).

Определим, таким образом, например, коэффициент \hat{S}_{11} . В этом случае

$$\hat{S}_{11} = \begin{array}{c|cccccccc} 0 & c & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline c & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & S_{66} & 0 & 0 & 0 & S_{610} & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & S_{88} & 0 & 0 & 0 & S_{812} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{106} & 0 & 0 & -1 & S_{1010} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{128} & 0 & 0 & -1 & S_{1212} \\ \hline 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & S_{66} & 0 & 0 & 0 & S_{610} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & S_{88} & 0 & 0 & 0 & S_{812} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{106} & 0 & 0 & -1 & S_{1010} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{128} & 0 & 0 & -1 & S_{1212} & 0 \end{array}$$

Раскрывая определители одним из известных способов, например путем разложения их по элементам какой-либо строки, получаем

$$\hat{S}_{11} = \frac{S_{66} + S_{88}}{2}.$$

Это выражение находится в соответствии с формулой (1.92).

Задача 1.2

Определить матрицу рассеяния каскадного соединения трех четырехполюсников общего вида, заданных их матрицами рассеяния (рис. 1.11).

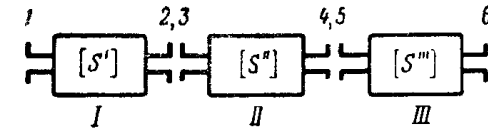


Рис. 1.11. Каскадное соединение четырехполюсников.

Решение

Воспользуемся выражением (1.87). Прежде всего составим матрицу $[S]$, учитывая, что каждый из трех исходных четырехполюсников описывается матрицей

$$[S^{',',''}] = \begin{bmatrix} S_{11}^{',',''} & S_{12}^{',',''} \\ S_{21}^{',',''} & S_{22}^{',',''} \end{bmatrix}.$$

Здесь индексы ', ', '' относятся к четырехполюсникам I, II и III соответственно.

$$[S] = \begin{array}{cccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \\ \hline S'_{11} & S'_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & & 1 \\ S'_{21} & S'_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & & 2 \\ 0 & 0 & S''_{11} & S''_{12} & 0 & 0 & & 3 \\ 0 & 0 & S''_{21} & S''_{22} & 0 & 0 & & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S'''_{11} & S'''_{12} & & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S'''_{21} & S'''_{22} & & 6 \end{array}$$

Далее, составим матрицу $[B]$, учитывая, что в данном случае соеди-

няются попарно зажимы 2 и 3, 4 и 5.

$$[B] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}$$

Запишем матрицу $[S] - [B]$:

$$[S] - [B] = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S'_{21} & S'_{22} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & S''_{11} & S''_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S''_{21} & S''_{22} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & S'''_{11} & S'''_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S'''_{21} & S'''_{22} \end{bmatrix}$$

Определим знаменатель в выражении (1.87):

$$N = |[S] - [B]|_{2,3,4,5} = \begin{vmatrix} S'_{22} & -1 & 0 & 0 \\ -1 & S''_{11} & S''_{12} & 0 \\ 0 & S''_{21} & S''_{22} & -1 \\ 0 & 0 & -1 & S'''_{11} \end{vmatrix} =$$

$$= 1 - S'_{22}S''_{11} - S''_{22}S'''_{11} - S'_{22}S''_{21}S'''_{11}S''_{12} + S'_{22}S''_{11}S''_{22}S'''_{11}.$$

Далее определим коэффициенты матрицы рассеяния соединения

$$\widehat{S}_{11} = \frac{1}{N} |[S] - [B]|_{1,3,4,5} =$$

$$= \frac{1}{N} \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S'_{21} & S'_{22} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & S''_{11} & S''_{12} & 0 \\ 0 & 0 & S''_{21} & S''_{22} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & S'''_{11} \end{bmatrix} = S'_{11} + \frac{1}{N} [S'_{12}S'_{21}S''_{11} \times$$

$$\times (1 - S''_{22}S'''_{11}) + S'_{12}S''_{12}S'_{21}S''_{21}S'''_{11}]; \quad (1.95)$$

$$\widehat{S}_{12} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} S'_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S'_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S''_{11} & S''_{12} & 0 & 0 \\ 0 & S''_{21} & S''_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S'''_{11} & S'''_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} S'_{12}S''_{12}S'''_{12}. \quad (1.96)$$

Производя замену индексов $' \leftrightarrow ''$ и $1 \leftrightarrow 2$, получаем, кроме того,

$$\widehat{S}_{22} = S'''_{22} + \frac{1}{N} [S'''_{21}S''_{12}S''_{22} (1 - S''_{11}S'_{22}) + S''_{21}S'''_{12}S''_{21}S'_{12}S'_{22}], \quad (1.97)$$

а также

$$\widehat{S}_{21} = \frac{S'_{21}S''_{21}S'''_{21}}{N}. \quad (1.98)$$

Задача 1.3

Определить входной коэффициент отражения $\Gamma_{1вх}$ для идеального направленного ответвителя с переходным ослаблением в 3 дБ при условии, что к его выходным плечам подключены рассогласованные нагрузки (рис. 1.12).

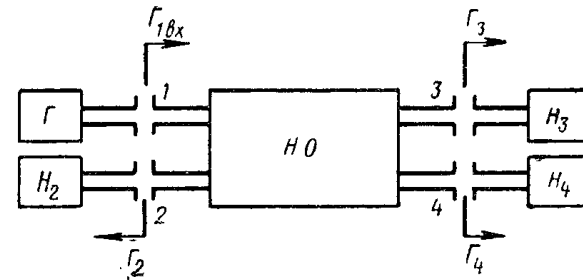


Рис. 1.12. Направленный ответвитель с подключенными к нему рассогласованными нагрузками H_2 , H_3 и H_4 . Γ — генератор; HO — направленный ответвитель с переходным ослаблением в 3 дБ.

Решение

Воспользуемся также выражением (1.87). В данном случае мы имеем лишь один многополюсник — направленный ответвитель, поэтому матрица $[S]$ равна его матрице рассеяния, т. е.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c & jc \\ 0 & 0 & jc & c \\ c & jc & 0 & 0 \\ jc & c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица $[B]$ имеет вид

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Gamma_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Gamma_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Gamma_4} \end{bmatrix}$$

и, следовательно,

$$[S] - [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c & jc \\ 0 & -\frac{1}{\Gamma_2} & jc & c \\ c & jc & -\frac{1}{\Gamma_3} & 0 \\ jc & c & 0 & -\frac{1}{\Gamma_4} \end{bmatrix}.$$

Найдем числитель в выражении для $\Gamma_{1вх}$:

$$(-1)^{1+1} |[S] - [B]|_{11}^{2,3,4} = 1 + \frac{1}{2\Gamma_2\Gamma_3} - \frac{1}{2\Gamma_2\Gamma_4}.$$

Далее, определим знаменатель

$$|[S] - [B]|^{2,3,4} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{\Gamma_2} & jc & c \\ jc & -\frac{1}{\Gamma_3} & 0 \\ c & 0 & -\frac{1}{\Gamma_4} \end{vmatrix} = \frac{1}{2\Gamma_3} - \frac{1}{2\Gamma_4} - \frac{1}{\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4}.$$

После некоторых преобразований получим окончательно

$$\Gamma_{1вх} = \frac{\Gamma_3 - \Gamma_4(1 + 2\Gamma_2\Gamma_3)}{2 + \Gamma_2(\Gamma_3 - \Gamma_4)}. \quad (1.99)$$

ЛИТЕРАТУРА

- 1.1. Раппенборг А. Е. On the Scattering Matrix of Symmetrical Waveguide Junction. Philips Research Reports, 1952, v. 7, № 2, p. 131—157.

- 1.2. Черне Х. И. Некоторые вопросы теории $2n$ -полюсника. Труды учебных институтов связи, 1963, вып. 18, стр. 43—58.
 1.3. Фельдштейн А. Л. и Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ. Изд-во «Связь», 1965.
 1.4. Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф. Теория волноводов. Изд-во «Наука», 1966.
 1.5. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. В. Справочник по элементам волноводной техники, изд. 2-е. Изд-во «Советское радио», 1967.
 1.6. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. Изд-во АН СССР, 1951.
 1.7. Теория линий передачи сверхвысоких частот, ч. 1. Изд-во «Советское радио», 1951.
 1.8. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. Физматгиз, 1960.
 1.9. Heller G. S. Ferrites as Microwave Circuit Elements. PIRE, 1956, v. 44, № 10, p. 1386—1393.
 1.10. Carlin H. J. Principles of Gyrator Networks. Proc. Symp. Modern Advances in Microwave Techn. 1954.
 1.11. Abele T. A. Über die Streumatrix allgemein zusammengesetzter Mehrpole. Arch. El. Übertrag, 1960, Bd 14, № 6, S. 161—168.
 1.12. Коган Н. Л., Машковцев Б. М. и Цибизов К. Н. Сложные волноводные системы, Судпромгиз, 1963.
 1.13. Ruppel W. Über die Kettenschaltung zweier Mehrpole. Arch. El. Übertrag, 1957, Bd 11, H. 1, S. 33—34.
 1.14. Schuon E. und Wolf H. Die Darstellung von Mehrpolen durch die Streumatrix N.T.Z. (Fernmeldtech. Zeitschr.), 1959, Bd 12, H. 7, S. 361—366 und H. 8, S. 408—415.
 1.15. Черне Х. И. Расчет параметров каскадного соединения одинаковых, симметричных относительно вертикальной оси $2(m+m)$ -полюсников. Труды учебных институтов связи, 1966, вып. 29, стр. 109—120.

**ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ГРАФЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ
К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК УСТРОЙСТВ СВЧ**

2.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Ориентированный граф*¹ — это топологическое изображение зависимости между несколькими переменными. Если эта зависимость линейна, граф изображает систему независимых линейных алгебраических уравнений. Результат решения этих уравнений легко получается непосредственно из рассмотрения структуры соответствующего им ориентированного графа [2.1—2.8].

Линейный ориентированный граф имеет вид цепи, узлы которого соответствуют независимым и зависимым переменным. Связь между переменными выражается ветвями, соединяющими эти узлы.

Узлы характеризуются их *узловыми сигналами*, ветви — их направлением и *коэффициентом передачи (передачей)*. На рис. 2.1 изображен простейший ориентированный граф, составленный для рассогласованного генератора с подключенной к нему рассогласованной нагрузкой. Здесь узловой сигнал b , соответствующий узлу (3), является линейной функцией сигналов E_r и a , соответствующих узлам (1) и (2). Ветвь, идущая, например, от узла (3) к узлу (2), характеризуется передачей Γ_n и направлением, указанным стрелкой. На рис. 2.2 изображен более сложный граф.

Узлы в ориентированных графах делятся на зависимые и независимые (источники). *Зависимым узлом* называют узел, к которому подходит, по крайней мере,

одна ветвь. *Источником* называют узел, из которого ветви только исходят.

Стоком называют узел, к которому ветви только подходят. Например, на рис. 2.2 a_3 и b_3 представляют собой зависимые узлы, узел a_1 — источник, b_2 — сток.

Сигнал, соответствующий зависимому узлу, определяется только подходящими к нему ветвями. Равным образом, сигналы, передаваемые каждой исходящей из какого-либо узла ветвью, определяются его узловым сигналом. Сигнал, передаваемый ветвью в узел, к которому эта ветвь подходит, равен произведению входного сигнала, т. е. сигнала, соответствующего узлу, из которого она исходит, на ее передачу.

Под *путем* в теории графов понимают совокупность проходимых в прямом направлении ветвей, которая ни одного из узлов не касается более одного раза. Пример пути из узла a_1 к узлу b_2 : $S_{31}\Gamma_d S_{23}$, а также S_{21} . Этому определению, однако, не удовлетворяют: $S_{31} S_{33} S_{23}$ — обход ветвей в противоположных направлениях, а также $S_{31}\Gamma_d S_{33}k$ — узел b_3 встречается дважды.

Под *контуром* понимают замкнутую совокупность ветвей, проходимых в прямом направлении, которая ни одного из узлов не касается более одного раза. Пример

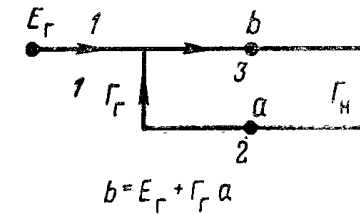


Рис. 2.1. Простейший линейный ориентированный граф:

E_r — э. д. с. генератора; Γ_r — коэффициент отражения генератора; Γ_n — коэффициент отражения нагрузки; a — волна, отраженная от нагрузки; b — волна, падающая на нагрузку.

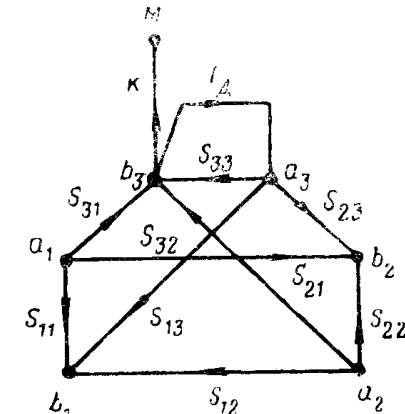


Рис. 2.2. Ориентированный граф для тройника, к одному из плеч которого подключен рассогласованный детектор:

a_1, a_2 и a_3 — волны, падающие на тройник; b_1, b_2 и b_3 — волны, отраженные от тройника; Γ_d — коэффициент отражения детектора; M — показания индикатора; k — его чувствительность.

¹ Иногда используется также термин «направленные графы».

контур $\Gamma_{\text{д}} S_{33}$. В дальнейшем контуры будем обозначать латинской буквой L . Пути и контуры определяются их передачами. Передача пути или контура равна произведению передач, входящих в него ветвей.

Кроме контуров первого порядка, к которым относится упомянутый выше контур $\Gamma_{\text{д}} S_{33}$, существуют контуры второго, третьего, ..., n -го порядка.

Контуром n -го порядка называют совокупность n -контуров первого порядка, у которых нет общих узлов. Передача контура n -го порядка равна произведению передач, входящих в него контуров первого порядка. Порядок контура обычно обозначают с помощью расположенного вверху справа и заключенного в скобки индекса. Например, $L^{(3)}$ — контур третьего порядка.

Следует сделать несколько замечаний относительно составления и объединения ориентированных графов.

Линейные системы алгебраических уравнений, решение которых производится с помощью графов, должны быть записаны вполне определенным образом, а именно все зависимые переменные должны выступать только один раз и притом в явном виде. Пример — система к рис. 2.2

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + S_{13}a_3;$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + S_{23}a_3;$$

$$b_3 = S_{31}a_1 + S_{32}a_2 + S_{33}a_3;$$

$$a_3 = b_3 \Gamma_{\text{д}};$$

$$M = kb_3.$$

Заметим, что составление ориентированных графов многих устройств СВЧ возможно без написания соответствующих алгебраических уравнений.

Если одна и та же переменная встречается в двух различных системах уравнений, то всегда можно оба соответствующие ей графа объединить в один при условии, что эта переменная по крайней мере в одном из графов является независимой, т. е. соответствующий ей узел представляет собой источник. Совмещение двух узлов, представляющих зависимые переменные, запрещено, так как получаемый при этом объединенный граф описывается системой уравнений, противоречащей системам для объединяемых графов.

Рассмотрим случай соединения графов для СВЧ элементов, свойства которых выражаются с помощью

матриц рассеяния. На любых зажимах, общих для двух объединяемых элементов, одна и та же волна является падающей (причиной) для одного из этих элементов и отраженной (следствием) для другого. Соответственно на ориентированном графе первого элемента она изображается источником (a), а на графе второго элемента — зависимым узлом (b). Таким образом, упомянутое выше условие объединения графов всегда выполняется. Другими словами, *сложному устройству СВЧ в данном случае будет соответствовать ориентированный граф, получаемый в результате непосредственного объединения графов входящих в него элементов.*

Это свойство существенно облегчает составление ориентированных графов сложных СВЧ устройств, позволяя при этом широко использовать заранее составленные ориентированные графы элементарных СВЧ устройств. Сводка таких графов дана в приложении.

При совместном включении элементов, заданных другими способами, например с помощью коэффициентов матрицы сопротивления или проводимости, объединение соответствующих им ориентированных графов не всегда бывает достаточно простым. В этих случаях иногда полезна инверсия одного или нескольких путей.

2.2. ИНВЕРСИЯ ПУТИ В ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ

В ориентированных графах каждый источник соответствует одной, вполне определенной независимой переменной, а зависимый узел — одной зависимой переменной. При таком способе выражения функциональной зависимости уже самой структурой ориентированного графа определяется совокупность переменных, относительно которых с помощью теории графов может быть решена данная система уравнений. Такими переменными являются зависимые переменные. Однако на практике нередко оказывается необходимым решение этой системы относительно других переменных, игравших до этого роль независимых переменных. Решение таких задач посредством ориентированных графов предполагает изменение структур последних таким образом, чтобы первоначальные источники превращались в стоки или зависимые узлы, а стоки, в свою очередь, — в источники.

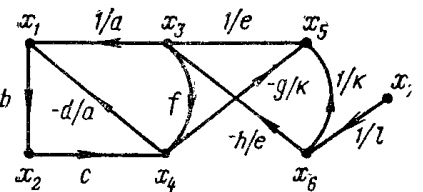
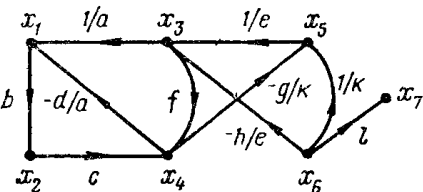
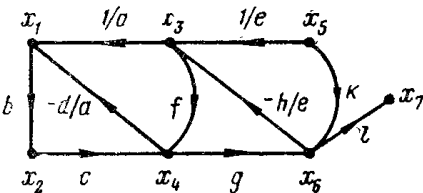
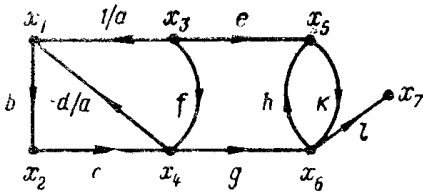
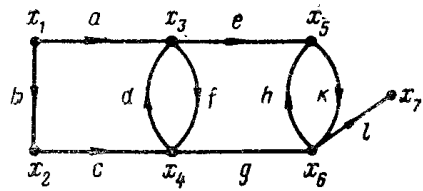


Рис. 2.3. Последовательное выполнение инверсии пути.

Для выполнения такого преобразования необходимо знать, как осуществляется инверсия пути от источника до зависимого узла, причем под инверсией понимают изменение направления обхода на обратное. Эта инверсия выполняется в соответствии со следующим правилом [2.3—2.6, 2.8]:

1. В первую очередь осуществляется инверсия ветви, примыкающей непосредственно к источнику, а затем — последовательная инверсия всех ветвей до тех пор, пока не будет достигнут зависимый узел, расположенный в конце пути.

2. При инверсии ветви ее направление изменяется на противоположное, а значение передачи — на обратное.

3. Если к узлу, расположенному в конце этой ветви, подходят другие ветви, исходящие из каких-то других узлов, то их окончания переносятся на конец инвертированной ветви. При этом передача преобразованной таким образом ветви принимается равной взятому со знаком минус отношению передачи исходной

ветви к передаче ветви, подлежащей инверсии.

4. Ветви, которые исходят из узла, расположенного на конце подлежащей инверсии ветви, остаются неиз-

менными, точно так же, как и ветви, исходящие из узла, расположенного в ее начале.

5. Чтобы превратить источник в зависимый узел, необходимо осуществить инверсию одного из связанных с ним путей.

На рис. 2.3¹ для наглядности этапы инверсии пути $a e k l$ исходного графа, показанного сверху, изображены отдельно. Можно показать, что получаемая после инверсии передача T_{17} от узла x_7 к узлу x_1 равна обратной величине передачи T_{71} , соответствующей неинвертированному пути, идущему от узла x_1 к узлу x_7 .

Как уже отмечалось выше, при инверсии пути изменяется положение отдельных ветвей, в результате чего некоторые контуры ориентированного графа могут исчезнуть, с другой стороны, могут появиться новые контуры, т. е. конечный результат может быть как более простым, так и более сложным.

Заметим, что факт изменения величины передачи на обратную при инверсии пути может быть использован для проверки результатов расчетов, выполняемых с помощью ориентированных графов.

2.3. ОТЫСКАНИЕ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ С ПОМОЩЬЮ ПРАВИЛА НЕКАСАЮЩЕГОСЯ КОНТУРА

При решении систем линейных уравнений, выражающих зависимости между падающими и отраженными волнами на тех или иных плечах устройства СВЧ, обычно определяют комплексные коэффициенты отражения и передачи, т. е. отношения зависимой переменной (комплексной амплитуды отраженной или прошедшей в какое-либо плечо волны) к независимой переменной (комплексной амплитуде падающей волны).

Отношению этих комплексных амплитуд соответствует отношение узлового сигнала зависимого узла (b) к сигналу независимого узла (a), обозначаемое в дальнейшем через T_{ba} . Очевидно, что под T_{ba} может подразумеваться как коэффициент отражения, так и коэффициент передачи. Для определения T_{ba} с помощью ориентированных графов необходимо [2.2—2.5]:

¹ Здесь передачи ветвей для простоты обозначаются малыми латинскими буквами, а узловые сигналы — буквой x с соответствующим индексом.

а) отыскать на графе все пути от источника к зависимому узлу и определить их передачи;

б) отыскать все контуры первого, второго и т. д. порядков и определить их передачи;

в) подставить полученные значения передач в формулу, выражающую так называемое «правило некасающегося контура»:

$$T_{ba} = \frac{\sum_{\mu} \left[P_{\mu} \left(1 - \sum_{v,r} L_{v,r}^{(1)} + \sum_{v,r} L_{v,r}^{(2)} - \sum_{v,r} L_{v,r}^{(3)} + \dots \right) \right]}{1 - \sum_v L_v^{(1)} + \sum_v L_v^{(2)} - \sum_v L_v^{(3)} + \dots} = \frac{\sum_{\mu} \left\{ P_{\mu} \left[1 + \sum_n (-1)^n \sum_{v,r} L_{v,r}^{(n)} \right] \right\}}{1 + \sum_n \left[(-1)^n \sum_v L_v^{(n)} \right]}, \quad (2.1)$$

где $n = 1, 2, 3 \dots$;

P_{μ} — передача μ -го пути;

$L_v^{(n)}$ — передача v -го контура n -го порядка.

Здесь в знаменателе суммирование производится по всем контурам, в числителе же только по контурам, не касающимся пути, передача которого стоит перед круглой скобкой, на что указывает индекс « r » при передачах контуров.

Доказательство выражения (2.1) дано рядом авторов. В частности, Мэзон доказал его, непосредственно используя свойства ориентированных графов [2.2, 2.3]; Лоренц [2.4] дал чисто аналитическое доказательство, используя, как основу, правило Крамера, которое обычно применяется для решения систем линейных алгебраических уравнений. Он показал, что правило некасающегося контура (2.1), по существу, является аналогом правила Крамера. Поясним это на конкретном примере. Рассмотрим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \sigma_{11}x_1 + \sigma_{12}x_2 + \sigma_{13}x_3 + C_1; \\ x_2 &= \sigma_{21}x_1 + \sigma_{22}x_2 + \sigma_{23}x_3; \\ x_3 &= \sigma_{31}x_1 + \sigma_{32}x_2 + \sigma_{33}x_3, \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

устанавливающую в общем виде связь между тремя зависимыми переменными x_1, x_2, x_3 и одной независимой переменной C_1 . Соответствующий ей ориентированный граф показан на рис. 2.4.

Пусть необходимо определить переменную x_2 . Чтобы воспользоваться правилом Крамера, перепишем систему уравнений (2.2) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} (1 - \sigma_{11})x_1 - \sigma_{12}x_2 - \sigma_{13}x_3 &= C_1; \\ -\sigma_{21}x_1 + (1 - \sigma_{22})x_2 - \sigma_{23}x_3 &= 0; \\ -\sigma_{31}x_1 - \sigma_{32}x_2 + (1 - \sigma_{33})x_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

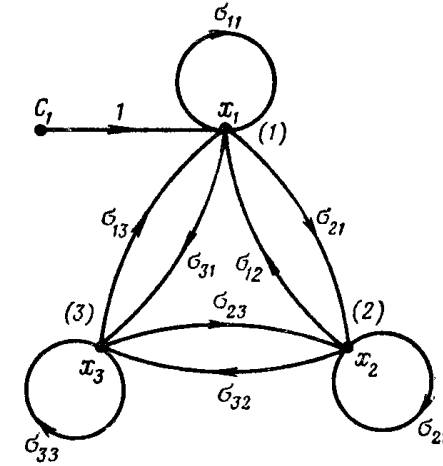


Рис. 2.4. Ориентированный граф системы уравнений (2.2).

Применяя правило Крамера, получаем

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 - \sigma_{11} & C_1 & -\sigma_{13} \\ -\sigma_{21} & 0 & -\sigma_{23} \\ -\sigma_{31} & 0 & 1 - \sigma_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 - \sigma_{11} & -\sigma_{12} & -\sigma_{13} \\ -\sigma_{21} & 1 - \sigma_{22} & -\sigma_{23} \\ -\sigma_{31} & -\sigma_{32} & 1 - \sigma_{33} \end{vmatrix}}. \quad (2.4)$$

Здесь Δ — определитель системы (2.3), а Δ_2 — определитель, полученный из Δ путем замены его второго столбца столбцом независимых переменных.

Раскроем определитель Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= (1) + (-\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}) + (-\sigma_{12}\sigma_{21} - \sigma_{13}\sigma_{31} - \sigma_{23}\sigma_{32}) + (- \\ &\quad -\sigma_{13}\sigma_{21}\sigma_{32} - \sigma_{12}\sigma_{31}\sigma_{23}) + (+\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33} + \sigma_{22}\sigma_{33}) + (+ \\ &\quad +\sigma_{11}\sigma_{23}\sigma_{32} + \sigma_{22}\sigma_{13}\sigma_{31} + \sigma_{33}\sigma_{12}\sigma_{21}) + (-\sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Нетрудно заметить, что вторые, третьи и четвертые скобки этого выражения представляют собой взятую со знаком минус сумму

передач контуров первого порядка ориентированного графа (рис. 2.4); пятые и шестые скобки — сумму передач контуров второго порядка; седьмые скобки — взятую со знаком минус передачу контура третьего порядка.

Раскроем определитель Δ_2 :

$$\frac{\Delta_2}{C_1} = \sigma_{23}\sigma_{31} + \sigma_{21}(1 - \sigma_{33}). \quad (2.6)$$

Легко заметить, что первый член этого выражения представляет собой передачу пути от источника C_1 до зависимого узла x_2 . Второй член — передачу другого пути между этими узлами, умноженную на единицу минус передача контура, не касающегося этого пути. Отношение искомой зависимой переменной к независимой переменной в данном случае равно

$$\frac{x_2}{C_1} = \frac{\Delta_2}{C_1 \Delta} = T_{21}. \quad (2.7)$$

Расчет коэффициента передачи T_{21} от узла C_1 к узлу x_2 с помощью правила некасающегося контура (2.1) дает тот же результат.

Таким образом, справедливость выражения (2.1) в данном частном случае доказана. Аналогичное доказательство для общего случая приведено в [2.5]. Доказательство правила некасающегося контура, исходя из других предпосылок, дали также Юнгер [2.9] и Рое [2.10].

В конце этой главы дан ряд примеров на применение правила некасающегося контура [см. задачи (2.1), (2.2), (2.3) и (2.5)].

2.4. ОТЫСКАНИЕ РЕШЕНИЙ ПУТЕМ УПРОЩЕНИЯ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

Метод решения ориентированных графов, основанный на применении правила некасающегося контура, в некоторых случаях, особенно при рассмотрении сложных систем, может оказаться слишком громоздким. В этих случаях весьма полезным может оказаться упрощение графа, выполняемое в соответствии с приведенными ниже правилами [2.2—2.8, 2.11, 2.12]. Используя последнее, можно также получать решения, не обращаясь вовсе к правилу некасающегося контура.

Правило I (рис. 2.5,а)

Две ветви, имеющие общий узел x_2 и ориентированные таким образом, что одна из них (c) является входящей по отношению к этому узлу, а вторая (d) — исходящей, можно объединить в одну ветвь с передачей, равной произведению передач исходных ветвей. Общий узел при этом исключается.

Правило II (рис. 2.5,б)

Две ветви, исходящие из одного узла x_1 и входящие в другой узел x_2 , можно объединить в одну ветвь, соединяющую эти узлы. Передача этой результирующей ветви равна сумме передач исходных ветвей.

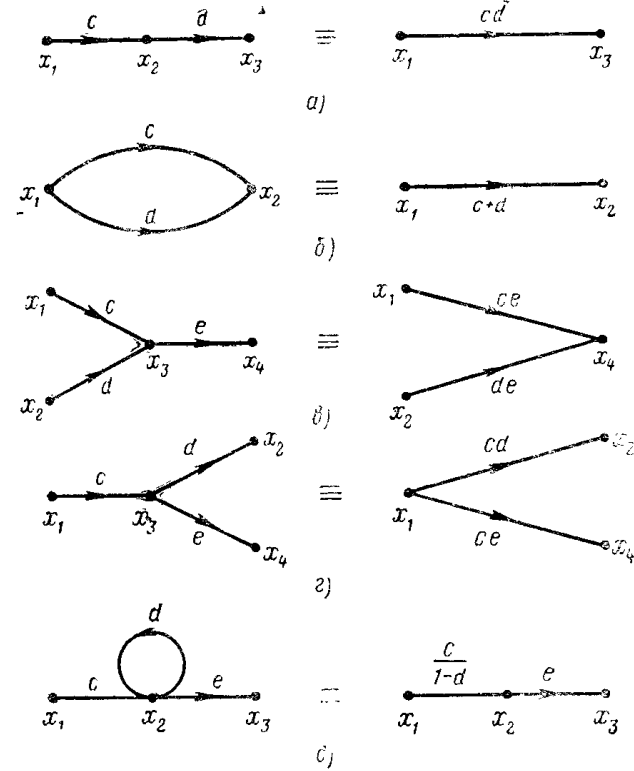


Рис. 2.5. Некоторые способы упрощения ориентированных графов.

Правило III (рис. 2.5,в)

Комбинацию из трех ветвей, две из которых (c) и (d) исходят из соответствующих им узлов x_1 и x_2 и входят в общий узел x_3 , а третья (e) исходит из этого общего узла и входит в другой узел x_4 , можно упростить, заменив ее комбинацией из двух ветвей, исходящих из узлов x_1 и x_2 и входящих в общий узел x_4 . Передачи этих новых ветвей равны произведениям передач соответствующих ветвей, расположенных на пути от x_1 к x_4 и от x_2 к x_4 .

Правило IV (рис. 2.5,г)

Комбинацию из трех ветвей, одна из которых (с) исходит из соответствующего ей узла x_1 и входит в другой узел x_3 , из которого, в свою очередь, исходят две другие ветви (d) и (e), входящие в узлы x_2 и x_4 , можно упростить, заменив ее комбинацией из двух ветвей, исходящих из общего узла x_1 и входящих в узлы x_2 и x_4 . Передачи этих новых ветвей равны произведениям передач

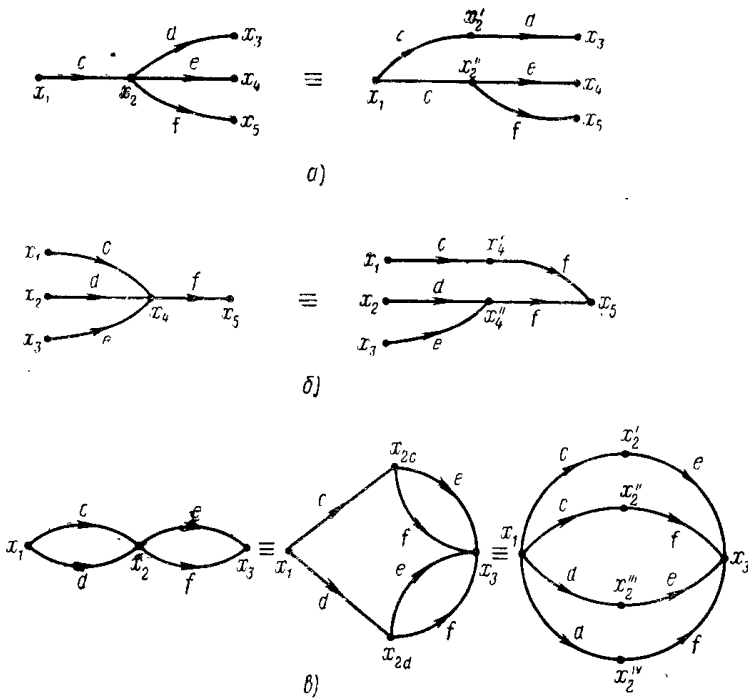


Рис. 2.6. Правило расщепления узла графа:
 а — узел с одной входной ветвью; б — узел с одной выходной ветвью; в — узел с двумя входными и выходными ветвями.

соответствующих ветвей, расположенных на пути от x_1 к x_2 и от x_1 к x_4 .

Правило V (рис. 2.5, д)

Если какой-либо узел x_2 имеет собственный контур (т. е. ветвь, которая начинается и заканчивается узлом x_2) с передачей d , то этот контур можно исключить, разделив передачи всех других ветвей, входящих в узел x_2 , на коэффициент $1-d$.

Правило VI (рис. 2.6 и 2.7).

Любой зависимый узел ориентированного графа можно расщепить на два узла, каждый из которых затем можно рассматривать как самостоятельный узел. Получаемый при этом граф содержит один и только один раз каждую из комбинаций отщепленных входящих и выходящих ветвей, контактировавших с исходным узлом. Любой собственный контур, касающийся исходного узла, расщепляется на два контура, каждый из которых касается узлов, полученных при расщеплении.

Применение приведенных выше правил иллюстрируется примером (см. задачу 2.4).

В настоящее время метод ориентированных графов находит все большее применение и используется наряду с матричными методами для решения самых разнообразных задач, выдвигаемых теорией и техникой сверхвысоких частот [2.7, 2.13]. Он применяется, в частности, для выполнения матричных операций умножения [2.14], вычисления обратной матрицы [2.15], определения матрицы рассеяния соединения многополюсников СВЧ [2.16] и т. д.

Вопросы теории метода ориентированных графов и практического применения этого метода нашли отраже-

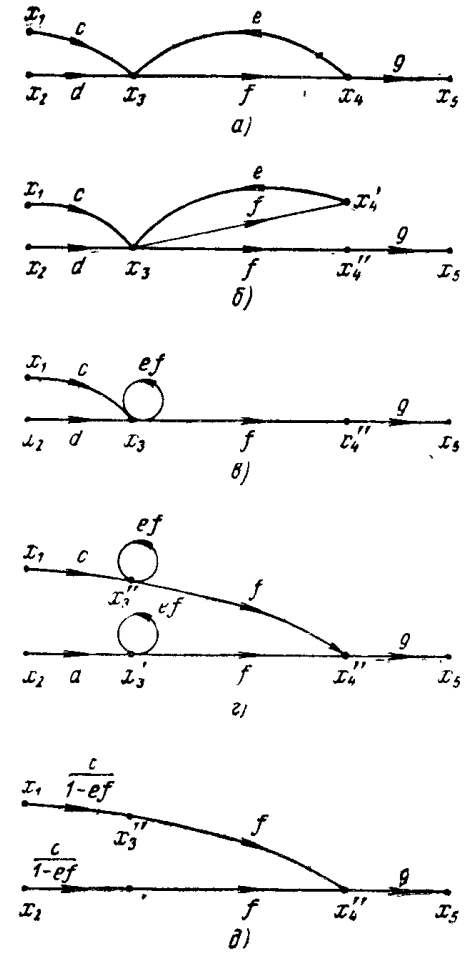


Рис. 2.7. Расщепление узла, касающегося собственного контура:
 а — исходный ориентированный граф; б — расщепление узла x_3 ; в — исключение узла x_3' и образование собственного контура узла x_3'' ; г — расщепление узла x_3 с собственным контуром; д — исключение собственных контуров узлов x_3' и x_3'' .

ние в ряде других работ, опубликованных в периодической литературе [2.17—2.19] и в виде книг и монографий [2.20—2.22].

Задача 2.1

Для каскадного соединения несогласованных элементов — генератора, обобщенного двухплечного устройства (четырёхполюсника) и нагрузки (рис. 2.8,а) определить:¹

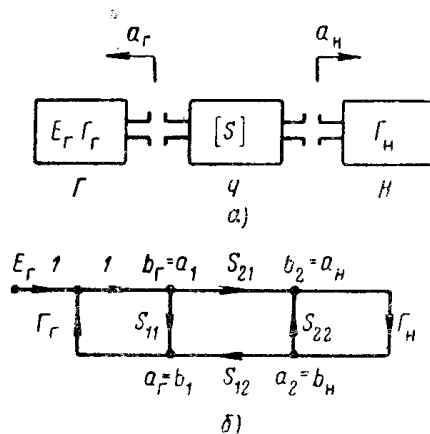


Рис. 2.8. Каскадное соединение генератора четырехполюсника общего вида и нагрузки:

a — блок-схема; *G* — генератор; *Q* — четырехполюсник; *H* — нагрузка; *b* — ориентированный граф для случая, когда все элементы рассогласованы.

а) волну, падающую на нагрузку a_H/E_G ;

б) отраженную волну на выходном фланце генератора, распространяющуюся в сторону генератора a_r/E_G .

Решение

Генератор, четырехполюсник и нагрузка определяются соответственно следующими уравнениями:

$$b_r = E_G + a_r \Gamma_r;$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix};$$

$$b_H = a_H \Gamma_H.$$

Используя эти уравнения, построим ориентированные графы для генератора, обобщенного четырехполюсника и нагрузки. Вид этих

¹ Влияние отражений от нагрузки на генератор не учитывается.

графов приведен в приложении (рис. П.3, П.4 и П.1 соответственно).

При объединении каждой пары соединенных друг с другом элементов схемы (генератора и четырехполюсника, четырехполюсника и нагрузки) одна и та же волна является падающей для одного из них и отраженной для другого, т. е.

$$a_r = b_1; \quad b_r = a_1; \quad a_2 = b_H; \quad b_2 = a_H.$$

Здесь узлы a_r, a_1, a_2 и a_H являются источниками. Поскольку в каждой паре соединяемых узлов один из них является источником, допустимо непосредственное соединение ориентированных графов элементов схемы. На рис. 2.8,б показан полученный после объединения граф схемы в целом. Из этого рисунка видно, что имеется лишь один путь от E_G к a_H — S_{21} , три контура первого порядка: $\Gamma_r S_{11}$, $\Gamma_H S_{22}$, $\Gamma_r S_{21} \Gamma_H S_{12}$ и один контур второго порядка: $\Gamma_r S_{11} S_{22} \Gamma_H$. Все контуры касаются пути S_{21} .

Используя правило (2.1), получаем

$$\frac{a_H}{E_G} = \frac{S_{21}}{1 - \Gamma_r S_{11} - \Gamma_H S_{22} - \Gamma_r S_{21} \Gamma_H S_{12} + \Gamma_r S_{11} \Gamma_H S_{22}}. \quad (2.8)$$

Измерив $\Gamma_r, \Gamma_H, S_{11}, S_{22}, S_{12}$ и S_{21} одним из известных методов, можно определить модуль и фазу $\frac{a_H}{E_G}$. Обычно, однако, достаточно

знать пределы, в которых изменяется модуль. Определить их можно, анализируя уравнение (2.8), что значительно проще. Очевидно, что значения модуля не будут выходить за пределы

$$\left| \frac{a_H}{E_G} \right| = \frac{|S_{21}|}{1 \pm (|\Gamma_r| |S_{11}| + |\Gamma_H| |S_{22}| + |\Gamma_r| |S_{21}| |\Gamma_H| |S_{12}| + |\Gamma_r| |S_{11}| |\Gamma_H| |S_{22}|)}. \quad (2.9)$$

Здесь $|\Gamma_r|, |\Gamma_H|, |S_{11}|$ и $|S_{22}|$ — модули коэффициента отражения, определяемые, как известно, выражениями

$$\Gamma_r = \frac{r_r - 1}{r_r + 1} \text{ и т. д.}$$

r_r — КСВН генератора; S_{12}, S_{21} — коэффициенты передачи четырехполюсника по напряжению.

Заметим, что формула (2.9) является общей в том смысле, что она применима для любых, в частности, несимметричных и невзаимных четырехполюсников, обладающих потерями.

Из (2.9) легко получить аналогичное выражение для предельных значений амплитуды (модуля) отраженной от нагрузки волны b_H/E_G , учитывая, что $|b_H/E_G| = |\Gamma_H| |a_H/E_G|$.

Чтобы определить отраженную волну на выходном фланце генератора на рис. 2.8,б найдем все пути, идущие от E_G к a_r ; это S_{11} и $S_{21} \Gamma_H S_{12}$. Имеется один контур, который не касается пути

S_{11} , а именно $S_{22}\Gamma_H$. Учитывая это, с помощью (2.1) получим

$$\frac{a_\Gamma}{E_\Gamma} = \frac{S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_H) + S_{21}\Gamma_H S_{12}}{1 - \Gamma_\Gamma S_{11} - \Gamma_H S_{22} - \Gamma_\Gamma S_{21}\Gamma_H S_{12} + \Gamma_\Gamma S_{11}\Gamma_H S_{22}}. \quad (2.10)$$

Заметим, что контурами высших порядков нередко можно пренебрегать, так как соответствующие им передачи представляют собой обычно произведение нескольких коэффициентов отражения, большинство которых значительно меньше единицы.

Для случая, соответствующего уравнению (2.10), например, можно пренебречь контуром, передача которого равна $\Gamma_\Gamma S_{11}\Gamma_H S_{22}$.

Из (2.8) и (2.10), полагая $S_{11}=S_{22}=0$ и $S_{21}=S_{12}=1$, легко получить выражения для случая непосредственного соединения несогласованных генератора и нагрузки

$$\frac{a_H}{E_\Gamma} = \frac{1}{1 - \Gamma_\Gamma \Gamma_H}; \quad (2.11)$$

$$\frac{a_\Gamma}{E_\Gamma} = \frac{\Gamma_H}{1 - \Gamma_\Gamma \Gamma_H}. \quad (2.12)$$

При этом предельные значения будут определяться выражениями

$$\left| \frac{a_H}{E_\Gamma} \right| = \frac{1}{1 \pm |\Gamma_\Gamma| |\Gamma_H|}; \quad (2.13)$$

$$\left| \frac{a_\Gamma}{E_\Gamma} \right| = \frac{|\Gamma_H|}{1 \pm |\Gamma_\Gamma| |\Gamma_H|}. \quad (2.14)$$

Задача 2.2.

Определить коэффициенты матрицы рассеяния каскадного соединения трех четырехполюсников, заданных их матрицами рассеяния (рис. 2.9).

Решение

Свойства четырехполюсников 1, 2 и 3 (рис. 2.9а) определяются соответственно уравнениями:

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = [S'] \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}; \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} b''_1 \\ b''_2 \end{bmatrix} = [S''] \begin{bmatrix} a''_1 \\ a''_2 \end{bmatrix}; \quad (2.16)$$

$$\begin{bmatrix} b'''_1 \\ b'''_2 \end{bmatrix} = [S'''] \begin{bmatrix} a'''_1 \\ a'''_2 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Этим уравнениям соответствует ориентированный граф четырехполюсника, приведенный в приложении (рис. П.4). При каскадном соединении элементов схемы имеем

$$b'_2 = a''_1; \quad a'_2 = b''_1;$$

$$b''_2 = a'''_1; \quad a''_2 = b'''_1.$$

На рис. 2.9,б показан ориентированный граф всего соединения, полученный с учетом этих равенств.

Коэффициенты искомой матрицы рассеяния равны:

$$\widehat{S}_{11} = \frac{b'_1}{a'_1}; \quad \widehat{S}_{12} = \frac{b'_1}{a'''_2};$$

$$\widehat{S}_{21} = \frac{b'''_2}{a'_1}; \quad \widehat{S}_{22} = \frac{b'''_2}{a'''_2}.$$

Здесь знак \wedge означает, что данный коэффициент относится к соединению в целом. Чтобы выразить их через коэффициенты матриц

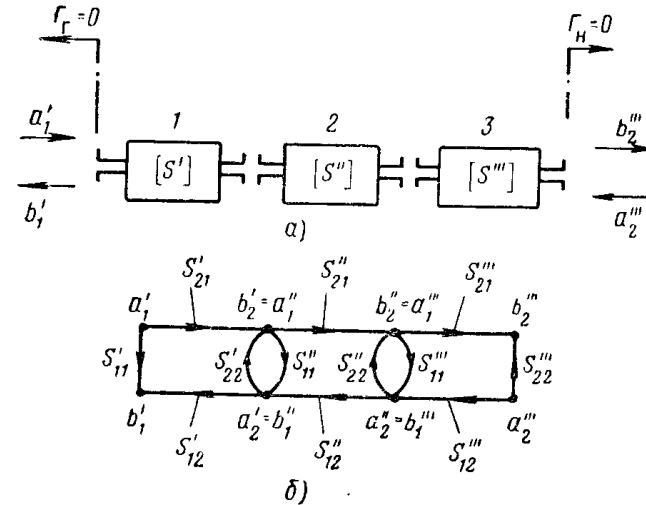


Рис. 2.9. Каскадное соединение трех четырехполюсников общего вида:

а — блок-схема; б — ориентированный граф соединения.

рассеяния отдельных четырехполюсников, воспользуемся формулой (2.1). Найдем пути от a'_1 к b'_1 :

$$S'_{11}; \quad S'_{21} S''_{11} S'''_{12}; \\ S'_{21} S''_{21} S'''_{11} S'''_{12} S'_{12}.$$

Контуры

$$L_1^{(1)} = S'_{22} S'_{11}; \quad L_2^{(1)} = S'_{22} S''_{21} S'''_{11} S'_{12};$$

$$L_3^{(1)} = S''_{22} S'''_{11}; \quad L_1^{(2)} = S'_{22} S''_{11} S'_{22} S'''_{11}.$$

Из (2.1) получим

$$\widehat{S}_{11} = S'_{11} + \frac{S'_{21} S''_{11} S'_{12} (1 - S'_{22} S'''_{11}) + S'_{21} S''_{21} S'''_{11} S'_{12} S'_{12}}{N},$$

$$(2.18)$$

где

$$N = 1 - S'_{22}S''_{11} - S'_{22}S''_{21}S'''_{11}S'_{12} - S''_{22}S'''_{11} + S'_{22}S''_{11}S'_{22}S'''_{11}.$$

Путь от a''_2 к b'_1 : $S'''_{12}S''_{12}S'_{12}$. Он касается всех контуров, следовательно,

$$\widehat{S}_{12} = \frac{S'''_{12}S''_{12}S'_{12}}{N}. \quad (2.19)$$

Аналогично получим

$$\widehat{S}_{21} = \frac{S'_{21}S''_{21}S'''_{21}}{N}. \quad (2.20)$$

и

$$\widehat{S}_{22} = S''_{22} + \frac{S'''_{12}S''_{22}S'''_{21}(1 - S'_{22}S''_{11}) + S'''_{12}S''_{12}S'_{22}S''_{21}S'''_{21}}{N}. \quad (2.21)$$

В частном случае при $S''_{11} = S''_{22} = 0$, $S'_{12} = S''_{21} = e^{-j\beta l}$ (каскадное соединение двух четырехполюсников посредством согласованного отрезка линии без потерь)

$$\widehat{S}_{11} = S'_{11} + \frac{S'_{21}S''_{11}S'_{12}e^{-j2\beta l}}{\widehat{N}}, \quad (2.22)$$

где $\widehat{N} = 1 - S'_{22}S''_{11}e^{-j2\beta l}$.

Кроме того,

$$\widehat{S}_{12} = \frac{S'''_{12}S'_{12}e^{j\beta l}}{\widehat{N}}. \quad (2.23)$$

Полученные результаты полностью совпадают с соответствующими результатами, полученными в гл. 1 другим методом (задача 1.2).

Задача 2.3

Найти коэффициенты отражения и передачи каскадного соединения четырехполюсника общего вида и идеального однонаправленного устройства (вентиль) при подключении к последнему произвольной нагрузки (рис. 2.10, а).

Решение

Для элементов соединения справедливы следующие матричные уравнения:

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} \quad \text{— для четырехполюсника;} \\ \begin{bmatrix} b''_1 \\ b''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a''_1 \\ a''_2 \end{bmatrix} \quad \text{— для вентиля;} \\ \text{и } b''_1 = \Gamma_H a''_1 \quad \text{— для нагрузки.}$$

На рис. 2.10, б показан граф соединения, из которого видно, в частности, что коэффициенты отражения и передачи соединения не зависят от согласования нагрузки и, следовательно, всегда равны соответствующим коэффициентам матрицы рассеяния четырехполюсника. Из графа, представленного на рис. 2.10, б легко получить эти коэффициенты. Они образуют следующую матрицу рассеяния:

$$[\widehat{S}] = \begin{bmatrix} S'_{11} & 0 \\ S'_{21} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

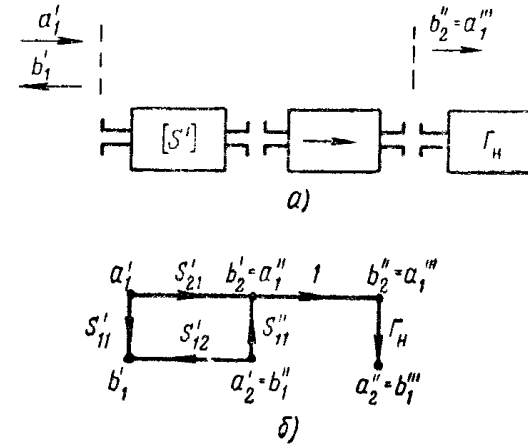


Рис. 2.10. Каскадное соединение четырехполюсника общего вида, идеального вентиля и рассогласованной нагрузки:

а — блок-схема; б — ориентированный граф.

Задача 2.4

Для схемы, данной на рис. 2.11, определить погрешность измерения потерь взаимного двухплечного сочленения общего вида, обусловленную отражениями от генератора и детектора [2.11].

Решение

В отсутствие отражений, т. е. при $\Gamma_r = \Gamma_d = 0$, и при непосредственном подключении детектора к генератору имеем

$$M = M_1 = kE_r, \quad (2.25)$$

где M — показание выходного прибора (индикатора). После включения исследуемого сочленения между генератором и детектором получим

$$M = M_2 = kE_r S_{12}. \quad (2.26)$$

Вносимые потери

$$L = 20 \lg \frac{M_1}{M_2} = 20 \lg \left| \frac{1}{S_{12}} \right|. \quad (2.27)$$

Предположим далее, что генератор и детектор рассогласованы ($\Gamma_r \neq 0$; $\Gamma_d \neq 0$), тогда при непосредственном подключении детектора к генератору в соответствии с правилом V получим (см. рис. 2.11,б)

$$M = M_{1p} = kE_r \frac{1}{1 - \Gamma_r \Gamma_d}. \quad (2.28)$$

После включения исследуемого сочленения в соответствии с правилами I, V и VI и рис. 2.12 получим

$$M = M_{2p} = \frac{kE_r S_{12}}{[(1 - S_{11}\Gamma_r)(1 - S_{22}\Gamma_d) - S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_d]}. \quad (2.29)$$

Это выражение, по существу, было уже получено ранее с помощью правила некасающегося контура (см. задачу 2.1).

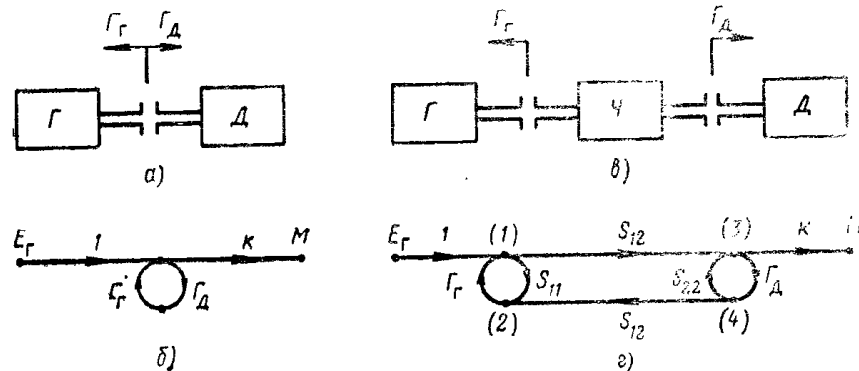


Рис. 2.11. Блок-схема измерения потерь, вносимых двухплечным рассогласованным четырехполюсником общего вида:

а — непосредственное подключение детектора Д к генератору Г; б — соответствующий ориентированный граф для рассогласованных генератора и детектора; в — включение исследуемого четырехполюсника Ч между генератором и детектором; г — соответствующий ориентированный граф (генератор и детектор рассогласованы).

Из (2.28) и (2.29) получим выражение для вносимых потерь при наличии отражений от генератора и детектора

$$L_p = 20 \lg \frac{M_{1p}}{M_{2p}} = 20 \lg \left| \frac{(1 - S_{11}\Gamma_r)(1 - S_{22}\Gamma_d) - S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_d}{S_{12}(1 - \Gamma_r \Gamma_d)} \right|. \quad (2.30)$$

Используя (2.30), нетрудно получить выражение для относительной погрешности измерения вносимых потерь двухплечного сочленения, обусловленной отражениями от генератора и нагрузки:

$$\delta = 20 \lg \frac{M_1}{M_2} \frac{M_{2p}}{M_{1p}} = 20 \lg \frac{1 - \Gamma_r \Gamma_d}{(1 - S_{11}\Gamma_r)(1 - S_{22}\Gamma_d) - S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_d}. \quad (2.31)$$

Иногда под погрешностью рассогласования подразумевается обратная величина [2.13].

Полагая, например,

$$|S_{11}| = |S_{22}| = 0,3, \quad |S_{12}| \approx 1, \quad |\Gamma_r| = |\Gamma_d| = 0,02,$$

с помощью формулы (2.31) можно убедиться, что погрешность измерения переходного ослабления составляет 0,1 дБ, а максимальная фазовая погрешность равна 0,73°.

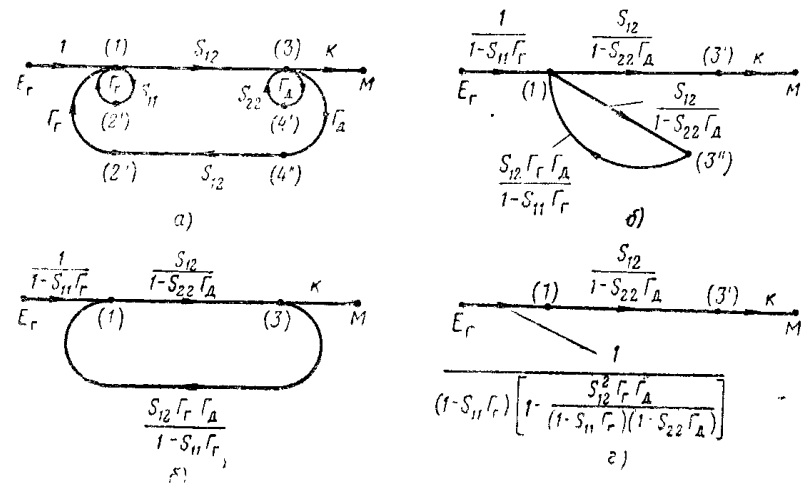


Рис. 2.12. Последовательное упрощение ориентированного графа, показанного на рис. 2.11,г:

а — расщепление узлов (2) и (4); б — исключение собственных контуров $S_{11}\Gamma_r$ и $S_{22}\Gamma_d$; в — расщепление узла (3); г — исключение собственного контура узла (1).

Задача 2.5

Записать матрицу рассеяния взаимного обобщенного восьмиполосника, к двум плечам которого подключены рассогласованные нагрузки.

Решение

Решим эту задачу с помощью правила некасающегося контура, упростив предварительно ориентированный граф устройства с помощью изложенных выше правил.

Предположим, что нагрузки подключены к плечам (3) и (4) восьмиполосника (рис. 2.13,а). При этом условии устройство в целом представляет собой четырехполюсник, свойства которого полностью определяются тремя матричными коэффициентами:

$$\hat{S}_{11}, \hat{S}_{12} \text{ и } \hat{S}_{22}.$$

Найдем сначала выражение для коэффициента \hat{S}_{11} . С помощью приложения построим ориентированный граф устройства (рис. 2.13,б). Далее, расщепив узлы 3' и 4' согласно правила VI и применив правило I, получим ориентированный граф (рис. 2.14,а). После исключения собственных контуров $S_{33}\Gamma_3$ и $S_{44}\Gamma_4$ по

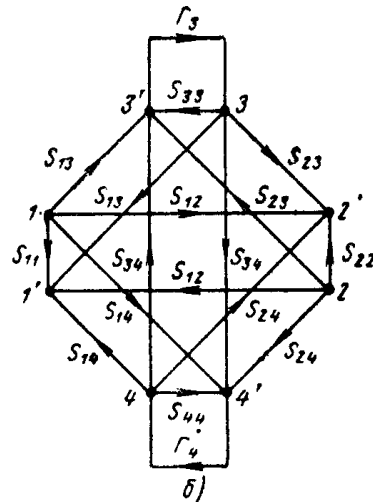
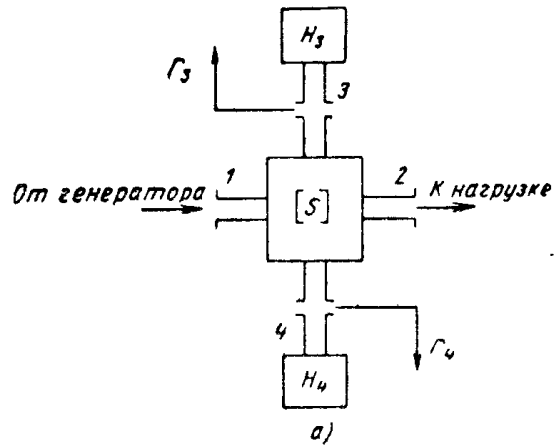


Рис. 2.13. Восьмиполюсник, к боковым плечам которого подключены рассогласованные нагрузки:
 а — собственно восьмиполюсник с нагрузками; б — ориентированный граф.

правилу V получим граф, изображенный на рис. 2.14,б. Запишем передачи всех путей от узла 1 к узлу 1'

$$S_{11}; \frac{S_{13}^2 \Gamma_3}{\Delta_1}; \frac{S_{14}^2 \Gamma_4}{\Delta_2}; \frac{S_{13} S_{14} S_{34} \Gamma_3 \Gamma_4}{\Delta_1 \Delta_2} \text{ (два пути).}$$

Имеется один контур $\frac{S_{34}^2 \Gamma_3 \Gamma_4}{\Delta_1 \Delta_2}$,
 не касающийся первого пути.

Применяя выражение (2.1), после преобразований получаем

$$\hat{S}_{11} = S_{11} + \frac{S_{13}^2 (1 - S_{44} \Gamma_4) \Gamma_3 + S_{14}^2 (1 - S_{33} \Gamma_3) \Gamma_4 + 2 S_{13} S_{14} S_{34} \Gamma_3 \Gamma_4}{(1 - S_{33} \Gamma_3) (1 - S_{44} \Gamma_4) + S_{34}^2 \Gamma_3 \Gamma_4} \quad (2.32)$$

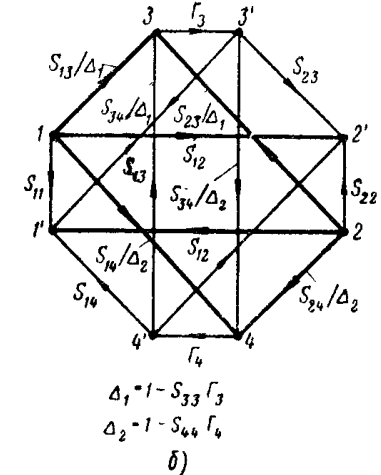
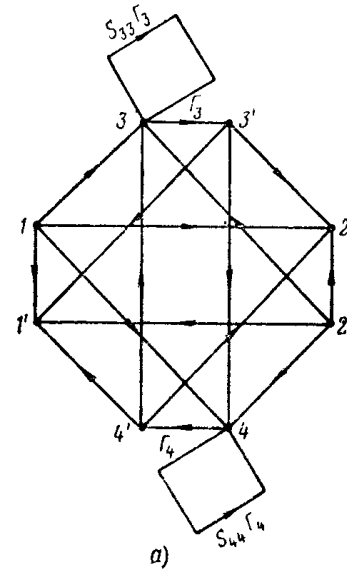


Рис. 2.14. Преобразование ориентированного графа, показанного на рис. 2.13:

а — граф после расщепления узлов (3') и (4'); б — граф после исключения собственных контуров.

Выраженне для \hat{S}_{22} получим из (2.32) заменой индексов 1 при коэффициентах правой части этого уравнения на индексы 2.

Определим коэффициент \hat{S}_{12} . Передачи путей от узла 1 и 2'

$$S_{12}; \frac{S_{13} S_{23} \Gamma_3}{\Delta_1}; \frac{S_{14} S_{24} \Gamma_4}{\Delta_2}; \frac{S_{13} S_{24} S_{34} \Gamma_3 \Gamma_4}{\Delta_1 \Delta_2}; \frac{S_{14} S_{23} S_{34} \Gamma_3 \Gamma_4}{\Delta_1 \Delta_2}.$$

Пусть S_{12} не касается контура $\frac{S_{34}^2 \Gamma_3 \Gamma_4}{\Delta_1 \Delta_2}$.

Подставив передачи путей и контура в (2.1), получим:

$$\hat{S}_{12} = S_{12} + \frac{S_{13} S_{23} (1 - S_{44} \Gamma_4) \Gamma_3 + S_{14} S_{24} (1 - S_{33} \Gamma_3) \Gamma_4 + (S_{13} S_{24} + S_{14} S_{23}) S_{34} \Gamma_3 \Gamma_4}{(1 - S_{33} \Gamma_3) (1 - S_{44} \Gamma_4) + S_{34}^2 \Gamma_3 \Gamma_4} \quad (2.33)$$

ЛИТЕРАТУРА

- 2.1. Mason S. J. Feedback Theory-some Properties of Signal Flow Graphs. PIRE, 1953, v. 41, № 9, p. 1144—1156.
- 2.2. Mason S. J. Feedback Theory-further Properties of Signal Flow Graphs. PIRE, 1956, v. 44, № 7, p. 920—926.
- 2.3. Мэзон С. и Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. Изд-во иностранной литературы, 1963.
- 2.4. Lorens C. S. Flowgraphs for the Modeling and Analysis of Linear Systems. Mc. Graw-Hill Book Comp. 1964, N. Y.
- 2.5. Рабишо Л., Буавер М., Робер Ж. Направленные графы и их приложение к электрическим цепям и машинам. Пер. с франц. Изд-во «Энергия», М. Л., 1964.
- 2.6. Абрахамс Дж., Каверли Дж. Анализ электрических цепей методом графов. Пер. с англ. Изд-во «Мир», 1967.
- 2.7. Hunton J. K. Analysis of Microwave Measurement Techniques by Means of Signal Flow Graphs. IRE Transact, 1960, V. MTT-8, № 2, p. 206—212.
- 2.8. Fiebig A. Lineare Signalfußdiagramme. Arch. EL. Ubertr., 1961, Bd. 15, H. 16. S. 285—292.
- 2.9. Юнгер Д. Простой вывод формулы Масона для усиления, ТИИЭИР, 1963, т. 51, № 7, стр. 1048—1049.
- 2.10. Roe P. H. Properties of Null-Node Graphs: the Mason and Coates Formulas. IEEE Trans., 1965, v. CT-12, № 2, p. 270—271.
- 2.11. Kuhn N. Simplified Signal Flow Graph Analysis. Microw. Journ., 1963, v. 6, № 11, p. 59—66.
- 2.12. Nathan A. A two-Step Algorithm for the Reduction of Signal-Flow Graphs. PIRE, 1961, v. 49, № 9, p. 1431.
- 2.13. Leed D. Use of Flow Graphs to Evaluate Mismatch Errors in Loss and Phase Measurements. IRE Trans, 1961, v. MTT-9, № 5, p. 454.
- 2.14. Leibowitz M. R. Visual Matrix Multiplication by Flow Graphs. PIRE 1962, v. 50, № 2, p. 211—212.
- 2.15. Jacob J. P. Systematic Matrix Inversion by Signal-Flow Graph. PIRE, 1962, v. 50, № 12, p. 2511—2512.
- 2.16. Leibowitz M. R. Flow-Graph Determination of the over-all Scattering Matrix of Joined Multiports. PIRE, 1962, v. 50, № 9, p. 1982.
- 2.17. Hoskins R. F. Signal Flow Graphs. Electronic and Radio Engineering, 1959, v. 36, (New Series), № 8.
- 2.18. Coates C. L. Flow-graph Solutions of linear algebraic Equations. IRE Trans., 1959, v. CT-6, № 2, p. 170—187.
- 2.19. Park D. J. M. Scattering Diagrams and some new Nonreciprocal Waveguide Circuits. Microw. Journ., 1963, v. 6, № 6, p. 65.
- 2.20. Stewart J. Fundamentals of Signal Theory 1960, Mc Graw-Hill Book Corp.
- 2.21. Sechy S. and Reed M. B. Linear Graphs and Electrical Networks, 1961, Mass.
- 2.22. Chow I. and Cassignol. Linear Signal Flow Graphs and Applications. John Willey and Sons. Inc. 1962, N. Y.

ГЛАВА 3

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ. ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ГРАФЫ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ ЛИНИЯМИ, ИМЕЮЩИМИ РАЗЛИЧНОЕ ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

3.1. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ ТРЕХ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Анализ характера распространения волн в трактах, содержащих неоднородности, имеет большое значение, поскольку различные комбинации неоднородностей, включаемые в тракт, широко используются в технике СВЧ. В частности, они используются для согласования полных сопротивлений, в качестве фиксированных фазовращателей, в фильтрах СВЧ, в замедляющих системах ламп бегущей и обратной волны, в линейных ускорителях, дискретных фазовращателях и аттенуаторах на *pin*-диодах и др.

Методы анализа комбинаций включаемых неоднородностей могут быть полезными при исследовании ряда элементов и устройств СВЧ, например, в случае определения максимально возможных значений КСВН сложных трактов, измерений малых потерь и т. д.

Одна из наиболее часто встречающихся на практике задач заключается в определении коэффициентов отражения (Γ) и передачи (T) нескольких неоднородностей, включаемых в тракт на тех или иных расстояниях друг от друга. Наиболее распространенным методом решения подобных задач является так называемый интерферен-

ционный метод, основанный на суммировании бесконечных рядов волн, распространяющихся по линии в прямом и обратном направлениях. Этот метод, однако, является довольно громоздким. Применяя ориентированные графы, можно получить выражения для Г и Т каскадного соединения неоднородностей с меньшей затратой труда и времени.

В принципе, выражения для Г и Т можно найти при любом числе неоднородностей, расположенных на произвольных расстояниях друг от друга, однако точные решения являются простыми лишь для нескольких неоднородностей. Уже при числе неоднородностей, превышающем три-четыре, эти выражения получаются достаточно громоздкими, и поэтому обычно приходится вводить ряд упрощающих предположений. В соответствии с этим в настоящей главе сначала рассматривается случай ограниченного числа (двух-трех) неоднородностей, для которых методом ориентированных графов получают точные решения, а затем аналогичные приближенные выражения получаются для n -реактивностей. При выводе тех или иных выражений, кроме допущений, перечисленных в гл. 1, предполагается также, что:

а) регулярные отрезки линии между неоднородностями не имеют потерь;

б) все элементы линейные и взаимные;

в) протяженность неоднородностей в направлении оси линии передачи значительно меньше длины волны (т. е. имеем дело с сосредоточенными неоднородностями).

Запишем выражения коэффициента отражения Г и передачи Т для каскадного соединения трех различных параллельных неоднородностей.

а) Представление коэффициентов отражения и передачи каскадного соединения через Г и Т отдельных неоднородностей

Пусть, например, необходимо определить Г и Т каскадного соединения трех различных параллельных неоднородностей, расположенных на произвольных расстояниях l_1 и l_2 друг от друга (рис. 3.1,а).

Применим метод ориентированных графов. В приложении приведены графы отдельных элементов соеди-

нения: параллельно включенной неоднородности рис. П. 6 и отрезка передающей линии без потерь рис. П.5.

Обозначив отдельные элементы соответствующими индексами и объединив их, получим граф всего соединения (рис. 3.1,б). В результате решения его с помощью

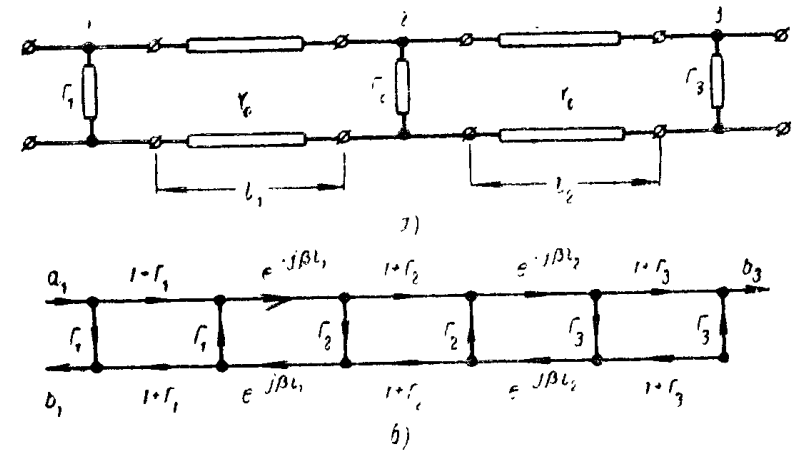


Рис. 3.1. Каскадное соединение трех неравных неоднородностей: а — схема включения; б — ориентированный граф.

правила некасающегося контура (см. задачу 3.1) получим

$$\hat{\Gamma}_3 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2(1 + 2\Gamma_1)e^{-j2\beta l_1} - \Gamma_1\Gamma_2\Gamma_3e^{-j2\beta l_2} + \Gamma_3(1 + 2\Gamma_1)(1 + 2\Gamma_2)e^{-j2\beta(l_1+l_2)}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2e^{-j2\beta l_1} - \Gamma_2\Gamma_3e^{-j2\beta l_2} - \Gamma_1\Gamma_3(1 + 2\Gamma_2)^2e^{-j2\beta(l_1+l_2)}}. \quad (3.1)$$

Здесь и далее знак \wedge обозначает величины, соответствующие соединению в целом.

Из (3.1) при $l_2=0$, $\Gamma_3=0$ и $l_1=l$ можно получить известное выражение для коэффициента отражения в случае двух неравных неоднородностей

$$\hat{\Gamma} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2(1 + 2\Gamma_1)e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2e^{-j2\beta l}}. \quad (3.2)$$

В случае, когда потери в неоднородности отсутствуют, выполняется равенство

$$1 + \Gamma_1 = T_1$$

и уравнение (3.2) можно записать иначе:

$$\hat{\Gamma} = \Gamma_1 + \frac{\Gamma_1^2 \Gamma_2 e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l}}. \quad (3.3)$$

Используя метод ориентированных графов, получим также выражение коэффициента передачи \hat{T} для трех неравных неоднородностей, расположенных на различных расстояниях друг от друга [(рис. 3.1), задача 3.1]:

$$T = \frac{b_3}{a_1} = \frac{(1 + \Gamma_1)(1 + \Gamma_2)(1 + \Gamma_3) e^{-j\beta(l_1 + l_2)}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1} - \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-j2\beta l_2} - \Gamma_1 \Gamma_3 (1 + 2\Gamma_2) e^{-j2\beta(l_1 + l_2)}}. \quad (3.4)$$

Как и ранее, остановимся на некоторых частных случаях. При $l_2=0$, $\Gamma_3=0$ и $l_1=l$, что соответствует случаю двух неравных неоднородностей:

$$\hat{T} = \frac{(1 + \Gamma_1)(1 + \Gamma_2) e^{-j\beta l}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l}}. \quad (3.5)$$

Если потери в неоднородностях отсутствуют, можно записать

$$\hat{T} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j\beta l}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l}}. \quad (3.6)$$

На практике часто необходимо знать величины модулей и фаз коэффициентов отражения и передачи, т. е. величины $|\hat{\Gamma}|$ и φ , $|\hat{T}|$ и θ соответственно. Расчет их требует довольно громоздких вычислений и приводит к сложным выражениям уже при наличии трех-четырех неоднородностей. Однако в некоторых частных случаях эти выражения не являются слишком сложными и могут быть использованы при решении различных задач. Полезно остановиться на некоторых из них. Так, в случае двух равных неоднородностей, расположенных на расстоянии l друг от друга, из (3.3) и (3.6) можно получить

$$|\hat{\Gamma}| = \frac{2 |\Gamma_0| \sin(\beta l - \varphi_0)}{\sqrt{1 + |\Gamma_0|^4 - 2 |\Gamma_0|^2 \cos 2(\beta l - \varphi_0)}}; \quad (3.7)$$

$$\hat{\varphi} = -\arctg \left[\frac{\cos 2\varphi_0 - |\Gamma_0|^2 \cos 2\beta l}{\sin 2\varphi_0 - |\Gamma_0|^2 \sin 2\beta l} \right]; \quad (3.8)$$

$$|\hat{T}| = \frac{|\Gamma_0|^2}{\sqrt{1 + |\Gamma_0|^4 - 2 |\Gamma_0|^2 \cos 2(\beta l - \varphi_0)}}; \quad (3.9)$$

$$\hat{\theta} = \arctg \left[\frac{\sin 2\varphi_0 - |\Gamma_0|^2 \sin 2\beta l}{\cos 2\varphi_0 - |\Gamma_0|^2 \cos 2\beta l} \right]. \quad (3.10)$$

В случае одиночной плоской реактивной неоднородности с подключенным к ней через отрезок линии l короткозамыкателем справедливы следующие выражения:

$$|\hat{\Gamma}| = 1; \quad (3.11)$$

$$\hat{\varphi} = \arctg \left[\frac{|\Gamma_0|^2 \sin 2\beta l + 2 |\Gamma_0| \sin \varphi_0 + \sin 2(\varphi_0 - \beta l)}{|\Gamma_0|^2 \cos 2\beta l + 2 |\Gamma_0| \cos \varphi_0 + \cos 2(\varphi_0 - \beta l)} \right]; \quad (3.12)$$

$$|\hat{T}| = \frac{|\Gamma_0|}{\sqrt{1 + 2 |\Gamma_0| \cos(\varphi_0 - 2\beta l) + |\Gamma_0|^2}}; \quad (3.13)$$

$$\hat{\theta} = \arctg \left[\frac{\cos \varphi_0 + |\Gamma_0| \cos 2\beta l}{\sin \varphi_0 + |\Gamma_0| \sin 2\beta l} \right]. \quad (3.14)$$

В выражениях (3.7)–(3.14) нулевым индексом обозначены величины, относящиеся к одиночным неоднородностям.

б) Представление коэффициентов отражения и передачи каскадного соединения через проводимости отдельных неоднородностей

Выражение для коэффициента отражения неоднородности, включенной параллельно в согласованный тракт, имеет вид

$$\Gamma = -\frac{y}{2 + y}, \quad (3.15)$$

где y — нормированная полная проводимость данной неоднородности.

В случае неоднородности без потерь (реактивности) имеем $y = jb$ и, следовательно,

$$\Gamma = -\frac{jb}{2 + jb} = \frac{b}{\sqrt{4 + b^2}} e^{-j\left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{b}{2}\right)}. \quad (3.16)$$

$$b = -\frac{2 |\Gamma| \sin \varphi}{1 + 2 |\Gamma| \cos \varphi + |\Gamma|^2}. \quad (3.17)$$

здесь b — нормированная реактивная проводимость данной неоднородности.

Подставляя выражения (3.15) и (3.16) в (3.1)–(3.6), можно записать Γ и T в виде функций y или b .

⁴ Можно осуществить и обратный переход, учитывая, что для одиночной реактивности, включенной в согласованный тракт, справедливо равенство

В частности, для двух равных неоднородностей, расположенных на расстоянии l друг от друга, получим

$$\hat{\Gamma} = \frac{-\frac{y}{2} \left(1 + \frac{y}{2}\right) e^{j\beta l} - \frac{y}{2} \left(1 - \frac{y}{2}\right) e^{-j\beta l}}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^2 e^{j\beta l} - \left(\frac{y}{2}\right)^2 e^{-j\beta l}}. \quad (3.18)$$

Далее, можно перейти к случаю неоднородностей без потерь. При этом модуль и фаза результирующего коэффициента отражения Γ будет определяться следующими выражениями:

$$|\hat{\Gamma}| = b \sqrt{\frac{\left(\frac{b}{2} \sin \beta l - \cos \beta l\right)^2}{1 + \left[b \left(\frac{b}{2} \sin \beta l - \cos \beta l\right)\right]^2}}; \quad (3.19)$$

$$\hat{\varphi} = \arctg \left[\frac{\cos \beta l - b \sin \beta l}{b \cos \beta l + \left(1 - \frac{b^2}{2}\right) \sin \beta l} \right]. \quad (3.20)$$

Аналогичные выражения для коэффициента передачи имеют вид

$$\hat{T} = \frac{1}{\left(1 + j \frac{b}{2}\right)^2 e^{j\beta l} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 e^{-j\beta l}}; \quad (3.21)$$

$$|\hat{T}| = \frac{1}{\sqrt{1 + b^2 \left(\frac{b}{2} \sin \beta l - \cos \beta l\right)^2}}; \quad (3.22)$$

$$\hat{\theta} = -\arctg \frac{b \cos \beta l + \left(1 - \frac{b^2}{2}\right) \sin \beta l}{\cos \beta l - b \sin \beta l}. \quad (3.23)$$

Комбинация из двух равных реактивностей часто применяется в технике СВЧ в качестве элемента фильтров, фиксированных фазовращателей и т. д. Нередко требуется знать расстояние между этими реактивностями l_0 , при котором отражения от них отсутствуют, а также величину вносимого ими в этом случае фазового сдвига θ_0 . Полагая в (3.19) $\Gamma=0$, получаем известное выражение

$$l_0 = \frac{1}{\beta} \arctg \frac{2}{b}. \quad (3.24)$$

Подставляя (3.19) в (3.23), получаем, кроме того,

$$\theta_0 = 2 \arctg \frac{b}{2}. \quad (3.25)$$

Выражения для коэффициентов отражения и передачи каскадного соединения последовательных неоднородностей или комбинаций параллельных и последовательных неоднородностей можно получить, используя ориентированные графы приложения и выражение (2.1).

3.2. ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ В СЛУЧАЕ n РАЗЛИЧНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ДРУГ ОТ ДРУГА НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ РАССТОЯНИЯХ

В случае каскадного включения n реактивных неоднородностей (рис. 3.2) при выводе выражений коэффициентов отражения и передачи тех или иных комби-

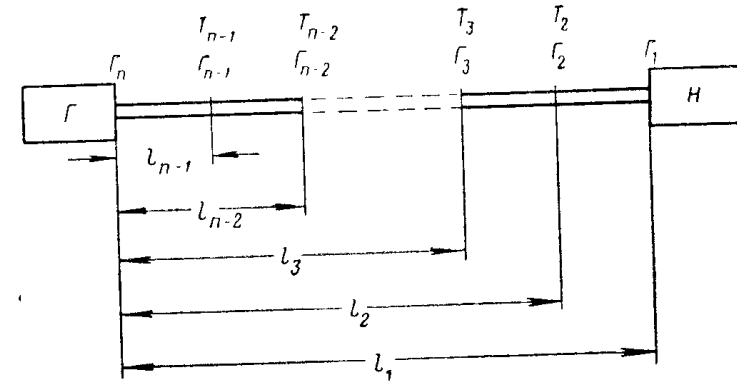


Рис. 3.2. Каскадное соединение n -параллельных неоднородностей. Величины неоднородностей и расстояния между ними произвольные. G — генератор, H — нагрузка.

наций можно пренебречь членами, в которых коэффициенты отражения отдельных неоднородностей входят в качестве сомножителей несколько раз. При этом получаются сравнительно простые выражения. Пусть, например, для каждой из неоднородностей выполняется условие $\Gamma \leq 0,1$ ($K_{СВН} \leq 1,22$), тогда при наличии n неодинаковых неоднородностей, расположенных на различных расстояниях друг от друга, входной коэффициент

отражения будет определяться достаточно точно следующим выражением [3.1]:

$$\hat{\Gamma} \approx \Gamma_n + [(\Gamma_{n-1} e^{-j2\beta l_{n-1}} + \Gamma_{n-2} e^{-j2\beta l_{n-2}} + \dots + \Gamma_1 e^{-j2\beta l_1}) + (2\Gamma_{n-2} \Gamma_{n-1} e^{-j2\beta l_{n-2}} + \dots + \dots + 2\Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1})] \frac{1}{1 - \sum \Gamma_i \Gamma_k e^{-j2\beta l_{ik}}} = \Gamma_n + \left(\sum_1^{n-1} \Gamma_k e^{-j\beta l_k} + \sum_2^{n-1} 2\Gamma_k \Gamma_{k-1} e^{-j2\beta l_{k-1}} \right) \frac{1}{1 - \sum \Gamma_i \Gamma_k e^{-j2\beta l_{ik}}}, \quad (3.26)$$

где

l_{ik} — расстояние между неоднородностями с коэффициентами отражения Γ_i и Γ_k ;

l_1, l_2, \dots, l_{n-1} — расстояния от генератора до соответствующих неоднородностей (рис. 3.2);

$\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ — коэффициенты отражения отдельных неоднородностей.

Для коэффициента передачи при тех же условиях имеем

$$\hat{T} \approx T_1 T_2 \dots T_n e^{-j\beta l_1} \frac{1}{1 - \sum \Gamma_i \Gamma_k e^{-j2\beta l_{ik}}}, \quad (3.27)$$

где T_1, T_2, \dots, T_n — коэффициенты передачи отдельных неоднородностей.

Значительный интерес представляют выражения для модуля и фазы коэффициента передачи. Вводя дополнительные упрощения и используя некоторые приближенные выражения, из (3.27) можно получить

$$|\hat{T}| \approx |T_1| |T_2| \dots |T_n| (1 + \sum |\Gamma_i| |\Gamma_k| \cos 2\beta l_{ik}); \quad (3.28)$$

$$\hat{\theta} = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n + \beta l_1 + \arctg \sum |\Gamma_i| |\Gamma_k| \sin 2\beta l_{ik}. \quad (3.29)$$

Члены $\sum |\Gamma_i| |\Gamma_k| \cos 2\beta l_{ik}$ в выражении для модуля коэффициента передачи и $\arctg \sum |\Gamma_i| |\Gamma_k| \sin 2\beta l_{ik}$ в выражении для его фазового угла можно рассматривать

как изменение модуля и фазы сигнала на выходе системы неоднородностей, обусловленное многократными отражениями.

Из (3.28) и (3.29) видно, в частности, что при максимальном изменении модуля изменение фазы равно нулю, и наоборот.

3.3. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Рассмотрим в качестве примеров некоторые устройства СВЧ, работа которых основана на использовании свойств каскадного соединения сосредоточенных неоднородностей.

В технике сверхвысоких частот нередко возникает необходимость в осуществлении фиксированных фазовых сдвигов. В качестве фазовращателей в этом случае могут быть использованы, в частности, комбинации реактивностей, включаемых в тракт. Из формулы (3.25) видно, что уже две реактивности, разнесенные друг от друга на расстояние l_0 , которое определяется формулой (3.24), образуют согласованный фазовращатель. Последний, однако, является узкополосным и принципиально не может обеспечить фазовый сдвиг больше чем π .

Большее значение фазового сдвига можно получить, используя несколько реактивностей. В этом случае оказывается также возможным существенное расширение рабочего диапазона фазовращателя, поскольку при этом появляется большая возможность изменения величин реактивностей, а также расстояний между ними. Заметим, что при разработке реальных устройств такого рода необходимо учитывать зависимость проводимостей отдельных неоднородностей от частоты.

В [3.2] определяются условия наибольшей широкополосности волноводного фазовращателя на трех каскадно-включенных сосредоточенных реактивностях. Для решения этой задачи используются матрицы четырехполосника. Существует принципиальная возможность замены фиксированных реактивностей переменными (варакторными диодами). Это делает реальным создание электрически управляемых быстродействующих фазовращателей [3.3, 3.4].

В качестве другого примера использования комбинации каскадно-включенных неоднородностей можно привести электрически управляемый аттенюатор на *pin*-диодах [3.5, 3.6]. Такой аттенюатор, в котором в данном случае используется П-образный волновод, показан на рис. 3.3,а. На рис. 3.3,б изображено поперечное сечение в месте включения *pin*-диода. Аттенюатор состоит из ряда идентичных секций, обозначенных индексами 1, 2, ..., *n*. Каждая из секций содержит *pin*-диод, актив-

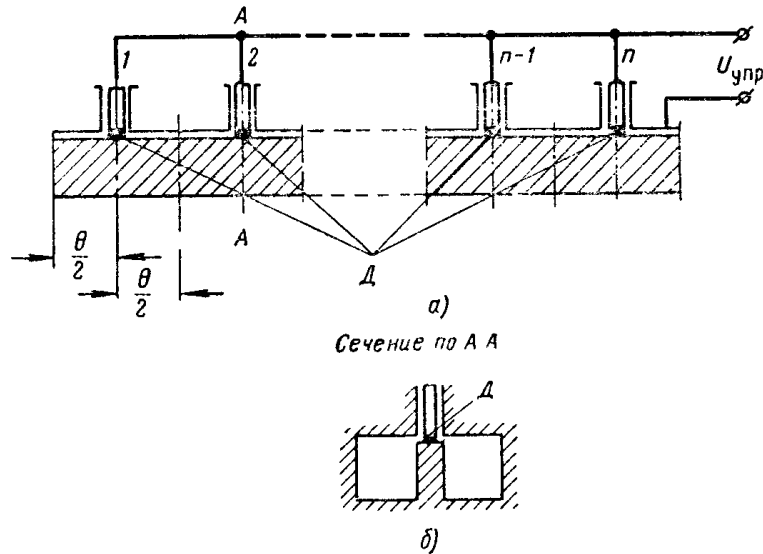


Рис. 3.3. Схематическое изображение электрически управляемого аттенюатора на ряде каскадно-включенных *pin*-диодов: а — общий вид; б — поперечное сечение, $U_{упр}$ — управляющее напряжение; Д — *pin*-диоды.

ное сопротивление которого в зависимости от подаваемого на него тока изменяется в широких пределах. Реактивная составляющая полного сопротивления диода и держателя сравнительно невелика и при работе аттенюатора вдали от собственной резонансной частоты секции этой составляющей можно пренебречь. В реальных конструкциях аттенюаторов, кроме того, обычно принимаются меры для ее компенсации. Диоды располагаются обычно на расстоянии $\frac{\Lambda}{4}$ друг от друга. К основным характеристикам такого аттенюатора относятся, в част-

ности, потери в режиме запирания $L_з$, т. е. максимальные потери, определяющие величину максимального ослабления, вносимого аттенюатором, потери в режиме пропускания $L_п$, а также входной КСВН.

Коэффициент отражения и коэффициент передачи аттенюатора с двумя одинаковыми диодами получим из (3.2) и (3.5), полагая

$$\Gamma = -\frac{g}{2+g}$$

и

$$l = \frac{\Lambda}{4},$$

где g — активная нормированная проводимость отдельно взятого *pin*-диода.

В результате получим

$$\hat{\Gamma} = -\frac{\frac{g^2}{2}}{1+g+\frac{g^2}{2}}; \quad (3.30)$$

$$\hat{T} = \frac{1}{1+g+\frac{g^2}{2}}. \quad (3.31)$$

Аналогичные выражения для случаев трех одинаковых диодов, расположенных на расстоянии $\Lambda/4$ друг от друга, можно получить из (3.1) и (3.4). В этом случае

$$\hat{\Gamma} = \frac{g\left(-1 + \frac{g}{2} - g^2\right)}{2\left(1 + \frac{3}{2}g + g^2 + \frac{g^3}{3}\right)}; \quad (3.32)$$

$$\hat{T} = \frac{1}{1 + \frac{3}{2}g + g^2 + \frac{g^3}{2}}. \quad (3.33)$$

При условии, что число секций (n) достаточно велико, например, около десяти и более¹, аттенюатор приближенно можно рассматривать как бесконечную последовательность идентичных элементарных секций. При этом

¹ На практике увеличение числа секций аттенюатора позволяет улучшать его характеристики: значительно увеличивать $L_з$ при сравнительно малом увеличении $L_п$, а также обеспечивать хорошее согласование.

свойства аттенюатора в целом будут определяться характеристиками отдельно взятой секции. Если, кроме того, величина пропускаемого через диод тока такова, что вносимое им ослабление достаточно большое, можно считать, что входной коэффициент отражения каждой секции Γ_i равен коэффициенту отражения ее нагрузки. Тогда отдельной секции аттенюатора, эквивалентная схема которой показана на рис. 3.4,а, будет соответ-

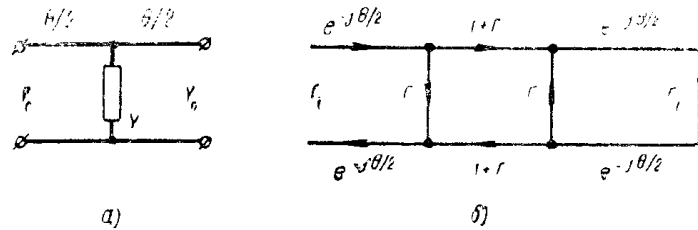


Рис. 3.4. Эквивалентная схема одной секции аттенюатора на *pin*-диодах:

а — эквивалентная схема; б — ориентированный граф для случая, когда входной коэффициент отражения секции и коэффициент отражения нагрузки равны.

зовать ориентированный граф (рис. 3.4,б). Используя его, можно определить коэффициент отражения на входе бесконечного ряда секций с *pin*-диодами, а также $1/\Gamma_i$ — коэффициент потерь по напряжению для отдельной секции этого ряда (см. задачу 3.3) [3.5]:

$$\Gamma_i = -\cos \theta - j \frac{2}{y} \sin \theta + \left[-\sin^2 \theta \left(1 + \frac{4}{y^2} \right) + j \frac{2}{y} \sin 2\theta \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{T_i} = \cos \theta + j \frac{y}{2} \sin \theta + \left[-\sin^2 \theta \left(1 + \frac{y^2}{4} \right) + j \frac{y}{2} \sin 2\theta \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.35)$$

Формулы (3.34) и (3.35) можно использовать для расчета КСВН и потерь аттенюатора L . Результаты расчета показаны на рис. 3.5 (кривые *a* и *в* соответственно). При расчете предполагалось, что для элементов ряда

выполняется равенство

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} = Y_2 = \frac{1}{R_2} = \dots = Y_n = \frac{1}{R_n} = \dots = \frac{1}{Z_0},$$

где Z_0 — волновое сопротивление отрезков соединительной линии.

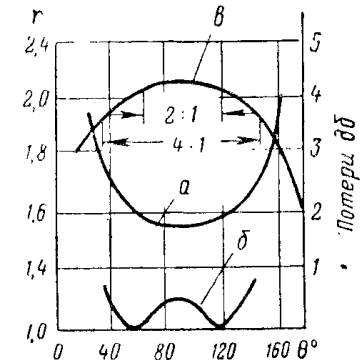


Рис. 3.5. Расчетные характеристики аттенюатора на *pin*-диодах: а — зависимость КСВН на входе бесконечного ряда *pin*-секций от фазового угла; б — та же зависимость при $R_1=4,57 Z_0$; $R_2=2,8 Z_0$; в — зависимость потерь для одной секции от угла θ ($R_1=R_2=\dots=R_n=Z_0$). Отношениями 2:1 и 4:1 обозначены частотные диапазоны.

Из рис. 3.5 видно, что в данном случае, когда проводимости *pin*-секций равны, входной КСВН сравнительно велик. Чтобы уменьшить его, можно изменить значения сопротивлений, включенных на входе бесконечного ряда секций. Пусть, например, $R_1=4,5 Z_0$ и $R_2=2,8 Z_0$. В этом случае нетрудно показать, что при $\theta=60^\circ$ и 120° входной КСВН ряда равен единице. Можно найти значения входного КСВН и для других значений θ . В результате получим кривую б на рис. 3.5.

3.4. СКАЧОК ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЕРЕДАЮЩЕЙ ЛИНИИ. ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ГРАФ ПЛАВНОГО ПЕРЕХОДА

С помощью ориентированных графов легко определяются выражения для коэффициентов отражения и передачи ступенчатых переходов между линиями передачи с различными волновыми сопротивлениями. Это задача, по существу, аналогична рассмотренной выше задаче по определению тех же параметров для каскадно-включенных неоднородностей.

На рис. 3.6 показан скачок волнового сопротивления линии передачи без потерь и соответствующая ему экви-

валентная схема в виде идеального трансформатора. На рис. 3.7 приведены ориентированные графы этого скачка.

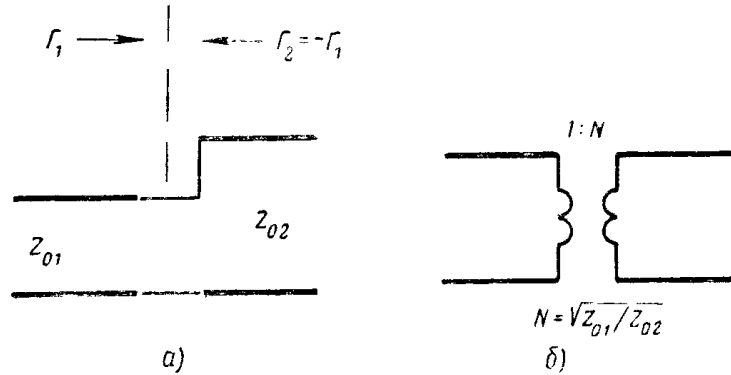


Рис. 3.6. Скачок волнового сопротивления: а — схематическое изображение; б — эквивалентная схема.

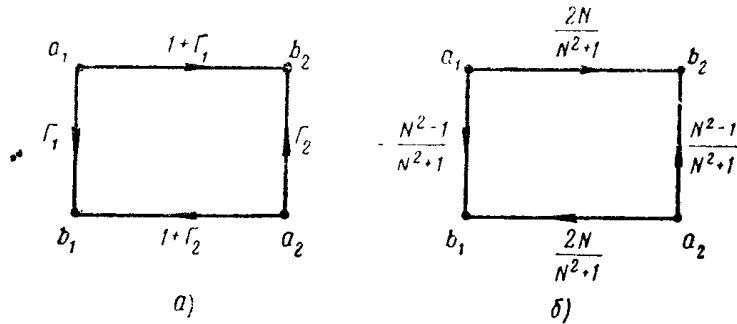


Рис. 3.7. Ориентированные графы скачка волнового сопротивления: а — граф, выраженный через коэффициенты отражения; б — граф, выраженный через коэффициент трансформации.

Кроме ступенчатых переходов на СВЧ в настоящее время применяются также переходы в виде плавнородных линий. Теория и методы расчета плавных переходов без потерь, основанные на применении волновых матриц, изложены в работах [3.7 и 3.8]. Некоторые данные для расчета поглощающей нагрузки на линии такого вида даны в [3. 9].

При расчете характеристик таких устройств и, в частности, входного коэффициента отражения плавнород-

ная линия в первом приближении рассматривается как каскадное включение отдельных коротких регулярных элементов. Это позволяет использовать для решения поставленной задачи матричную алгебру. Решение данной задачи, однако, возможно также и с помощью метода ориентированных графов [3.10]. Полезно рассмотреть его более подробно. Представим, как об этом уже говорилось выше, плавнородную линию в виде каскадного соединения n -однородных элементов. j -й элемент, среднее сечение которого расположено на расстоя-

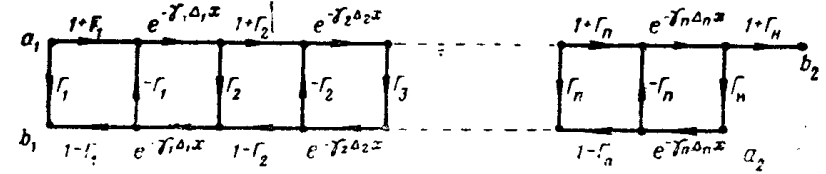


Рис. 3.8. Ориентированный граф для n -ступенчатой передающей линии.

нии x_j от входной плоскости перехода, имеет волновое сопротивление Z_j , равное волновому сопротивлению исходной линии в точке x_j , т. е. $Z(x_j)$. Тогда входной коэффициент отражения Γ_{j+1} для скачка, образованного j -м и $j+1$ -м элементами, будет определяться выражением

$$\Gamma_{j+1} = \frac{Z_{j+1} - Z_j}{Z_{j+1} + Z_j}, \quad (3.36)$$

которое в случае малой протяженности элемента и небольшого скачка волнового сопротивления можно записать следующим образом:

$$\Gamma_{j+1} \approx \frac{\Delta Z_j}{2Z_j}. \quad (3.37)$$

Фазовый сдвиг, вносимый j -м элементом, определяется экспоненциальным множителем

$$e^{-\gamma_j(x_{i+1} - x_j)} = e^{-\gamma_j \Delta_j x}.$$

Используя рис. 3.7, а и учитывая, что в данном случае $\Gamma_2 = -\Gamma_1$, построим соответствующий ориентированный граф (рис. 3.8). Чтобы определить входной коэффициент отражения перехода (Γ_N), воспользуемся правилом некасающегося контура (2.1). Полагая, что коэффици-

енты $\Gamma_1 \ll 1, \Gamma_2 \ll 1, \dots, \Gamma_n \ll 1$, и пренебрегая в числителе и знаменателе членами, где эти коэффициенты входят сомножителями более одного раза, получим

$$\Gamma_N = \frac{b_1}{a_1} = \Gamma_1 + [\Gamma_2 e^{-2\gamma_1 \Delta_1 x} + \Gamma_3 e^{-2(\gamma_1 \Delta_1 x + \gamma_2 \Delta_2 x)} + \dots + \Gamma_n e^{-2(\gamma_1 \Delta_1 x + \dots + \gamma_{n-1} \Delta_{n-1} x)}] + \Gamma_n e^{-2(\gamma_1 \Delta_1 x + \dots + \gamma_n \Delta_n x)} \quad (3.38)$$

или

$$\Gamma_N = \Gamma_1 + \sum_{j=1}^{n-1} \left[\Gamma_{j+1} e^{-2 \sum_{i=1}^j \gamma_i \Delta_i x} \right] + \Gamma_n e^{-2 \sum_{k=1}^n \gamma_k \Delta_k x} \quad (3.39)$$

Далее будем увеличивать число элементов так, что наибольший из отрезков $\Delta_i x$ становится исчезающе малым. Тогда из (3.37) получим

$$\Gamma_{j+1} \rightarrow \Gamma(x) = \frac{dZ(x)}{2Z(x)} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (\ln Z) dx$$

и

$$-\gamma_i \Delta_i x \rightarrow \gamma(x) dx. \quad (3.40)$$

Используя (3.39) и переходя к пределу, получим окончательное выражение для коэффициента отражения плавнонеоднородной линии

$$\Gamma = \lim_{N \rightarrow \infty} \Gamma_N = \Gamma_1 + \left[\frac{1}{2} \int_0^l \frac{d}{dx} (\ln Z) e^{-2 \int_0^x \gamma(x) dx} dx + \Gamma_n e^{-2 \int_0^l \gamma(x) dx} \right], \quad (3.41)$$

где l — длина перехода.

Заметим, что ориентированный граф, изображенный на рис. 3.8, можно значительно упростить. Учитывая, что отрезки путей с отрицательными знаками не входят в числитель формулы (2.1), а в передачи контуров в знаменателе они входят, будучи умноженными на $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, при условии $\Gamma_1 \ll 1, \Gamma_2 \ll 1, \dots, \Gamma_n \ll 1$, полу-

чим приближенный ориентированный граф плавного перехода, показанный на рис. 3.9.

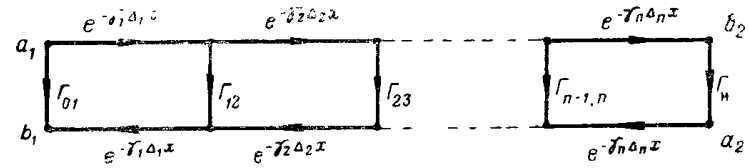


Рис. 3.9. Упрощенный ориентированный граф для n -ступенчатой передающей линии.

Задача 3.1

Найти коэффициент отражения $\hat{\Gamma}$ и коэффициент передачи \hat{T} для комбинации из трех неравных, сосредоточенных, расположенных на произвольных расстояниях друг от друга параллельных неоднородностей, заданных их коэффициентами отражения (рис. 3.1, а).

Решение

Ориентированный граф рассматриваемого устройства показан на рис. 3.1, б. Искомый коэффициент отражения равен отношению $\frac{b_1}{a_1}$. Найдем пути от a_1 к b_1 :

$$\Gamma_1; (1 + \Gamma_1)^2 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1}; (1 + \Gamma_1)^2 (1 + \Gamma_2)^2 \Gamma_3 e^{-2j\beta(l_1+l_2)},$$

а также контуры:

а) первого порядка

$$\Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1}; \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-j2\beta l_2}; \Gamma_1 (1 + \Gamma_2)^2 \Gamma_3 e^{-j2\beta(l_1+l_2)}.$$

б) второго порядка

$$\Gamma_1 \Gamma_2^2 \Gamma_3 e^{-j2\beta(l_1+l_2)}.$$

Применим правило некасающегося контура (2.1):

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{\Delta} \{ \Gamma_1 [1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1} - \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-j2\beta l_2} - \Gamma_1 \Gamma_3 (1 + \Gamma_2)^2 e^{-j2\beta(l_1+l_2)} + \Gamma_1 \Gamma_2^2 \Gamma_3 e^{-j2\beta(l_1+l_2)}] + (1 + \Gamma_1)^2 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1} (1 - \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-j2\beta l_2}) + (1 + \Gamma_1)^2 (1 + \Gamma_2)^2 \Gamma_3 e^{-j2\beta(l_1+l_2)} \}, \quad (3.42)$$

где

$$\Delta = 1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-j2\beta l_1} - \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-j2\beta l_2} - \Gamma_1 \Gamma_3 (1 + \Gamma_2) e^{-j2\beta(l_1+l_2)}. \quad (3.43)$$

После некоторых преобразований получим выражение (3.1).

Коэффициент передачи этих неоднородностей равен отношению b_3/a_1 . От a_1 к b_3 имеется всего лишь один путь, передача которого равна $(1+\Gamma_1)(1+\Gamma_2)(1+\Gamma_3)e^{-j2\beta(l_1+l_2)}$. Применим правило некасающегося контура, учитывая при этом, что передачи контуров остаются теми же, что и в предыдущем случае. В результате получим выражение (3.4).

Задача 3.2

Найти коэффициент отражения Γ и коэффициент передачи T для комбинации из двух равных, сосредоточенных, расположенных в согласованном тракте на расстоянии l друг от друга параллельных неоднородностей, заданных их нормированными проводимостями.

Решение

Эту задачу можно решить несколькими способами и, в частности, путем перехода в формуле (3.2) от Γ к нормированным проводимостям при условии, что $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma_0$, а также способом, основанным на применении матриц передачи. Первый способ, основанный на подстановке выражения $\Gamma = -\frac{y}{2+y}$ в (3.2), не требует особых пояснений. Остановимся несколько подробнее на втором способе. Используя матрицы передачи для одиночных реактивностей и отрезка передающей линии без потерь (3.7), запишем

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{y}{2} & \frac{y}{2} \\ -\frac{y}{2} & 1 - \frac{y}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{y}{2} & \frac{y}{2} \\ -\frac{y}{2} & 1 - \frac{y}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Здесь $[T]$ — матрица передачи всего устройства, т. е. двух равных реактивностей, разделенных отрезком регулярной линии длиной l ; $\theta = 2\pi l/\lambda$; λ — длина волны в линии.

После умножения матриц в (3.44) получим

$$[T] = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{y}{2}\right)^2 e^{j\theta} - \left(\frac{y}{2}\right)^2 e^{-j\theta} & \frac{y}{2}\left(1 + \frac{y}{2}\right) e^{j\theta} + \frac{y}{2}\left(1 - \frac{y}{2}\right) e^{-j\theta} \\ -\frac{y}{2}\left(1 + \frac{y}{2}\right) e^{j\theta} - \frac{y}{2}\left(1 - \frac{y}{2}\right) e^{-j\theta} & -\left(\frac{y}{2}\right)^2 e^{j\theta} + \left(1 - \frac{y}{2}\right)^2 e^{-j\theta} \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Если к выходу устройства подключена согласованная нагрузка, искомый коэффициент отражения

$$\hat{\Gamma} = S_{11} = \frac{T_{21}}{T_{11}}. \quad (3.46)$$

Подставляя в этом выражении значения T_{21} и T_{11} , из (3.45) получим выражение (3.18). Коэффициент передачи устройства в данном случае определяется выражением

$$\hat{T} = S_{21} = S_{12} = \frac{1}{T_{11}},$$

откуда получим (3.21).

Задача 3.3

Определить коэффициенты отражения Γ_i на входе и выходе отдельно взятой секции бесконечного ряда каскадно-включенных элементарных аттенуаторов на *pin*-диодах. Определить коэффициент передачи T_i отдельной секции.

Решение

Пусть $y = \frac{Y}{Y_0}$ — шунтирующая полная проводимость отдельно взятого элемента (рис. 3.4,а), тогда при согласованной нагрузке

$$\Gamma = -\frac{y}{y+2}.$$

Используя соответствующий ориентированный граф (3.4,б), с помощью правила некасающегося контура (2.1) получим

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma e^{-j\theta} (1 - \Gamma \Gamma_i e^{-j\theta}) + (1 + \Gamma)^2 \Gamma_i e^{-2j\theta}}{1 - \Gamma \Gamma_i e^{-j\theta}}.$$

Выразим экспоненциальные множители через синусы и косинусы

$$\Gamma_i^2 + 2\Gamma_i \left[\cos \theta - j \sin \theta \left(\frac{1 + \Gamma}{\Gamma} \right) \right] + 1 = 0.$$

Учитывая, что

$$\frac{1 + \Gamma}{\Gamma} = -\frac{2}{y}$$

и решая квадратное уравнение, получаем выражение (3.34). Коэффициент передачи для отдельно взятой секции аттенуатора можно получить непосредственно из ориентированного графа, представленного на рис. 3.4,б:

$$T_i = \frac{(1 + \Gamma) e^{-j\theta}}{\Gamma \Gamma_i e^{j\theta}},$$

Отсюда можно найти выражение коэффициента потерь по напряжению для одной секции

$$\frac{1}{T_i} = \frac{e^{j\theta} - \Gamma_i}{1 + \Gamma_i} = \left(1 + \frac{y}{2}\right) e^{j\theta} + \frac{y}{2} \Gamma_i.$$

Выражая $e^{j\theta}$ через тригонометрические функции, а Γ_i через y , окончательно получим выражение (3.35).

ЛИТЕРАТУРА

- 3.1. Бова Н. Т., Каплан Э. Н. и Лайхтман И. Б. Расчет однородной линии с произвольным числом сосредоточенных неоднородностей. «Известия вузов», Радиотехника, 1962, т. 5, № 3, стр. 376—380.
- 3.2. Simmons A. J. A compact Broad-Band Microwave Quarter-Wave Plate. PIRE, 1952, v. 40, № 9, p. 1089—1090.
- 3.3. Dawirs H. N. and Smanper W. G. A Very Fast Voltage-controlled Microwave Phase Shifter. Microw Journ., 1962, v. 5, № 6, p. 99—107.
- 3.4. Searing R. M. Variable Capacitance Diodes Used as Phase-Shift Devices. PIRE, 1961, v. 49, № 3, p. 640—641.
- 3.5. Napton J. K. and Ryals A. G. Microwave Variable Attenuators Using PIN Diodes. IRE Trans, 1962, v. MTT-10, № 4, p. 262—273.
- 3.6. Allen S. 9 Microwave Variable Attenuators Using P-I-N Junction Diodes. Brit. Comm. and Electronics, 1963, v. 10, № 2, p. 56—62.
- 3.7. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники, изд. 2-е. Изд-во «Советское радио», 1967.
- 3.8. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ. Изд-во «Связь», 1963.
- 3.9. Мегла Г. Техника дециметровых волн. Пер. с немецкого. Изд-во «Советское радио», 1958.
- 3.10. Brown F. M. Flow Graphs and Tapered Transmission Lines. PIRE, 1961, v. 49, № 11, p. 1969.

ГЛАВА 4

КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ СВЧ. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ АТТЕНУАТОРОВ

4.1. КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ, ВКЛЮЧЕННЫХ МЕЖДУ РАССОГЛАСОВАННЫМ ГЕНЕРАТОРОМ И НАГРУЗКОЙ

Каскадное соединение обобщенных четырехполюсников 1, 2, ..., n (рис. 4.1) можно представить в виде нового обобщенного четырехполюсника с матрицей рассеяния $[\tilde{S}]$. В случае, когда этот четырехполюсник вклю-

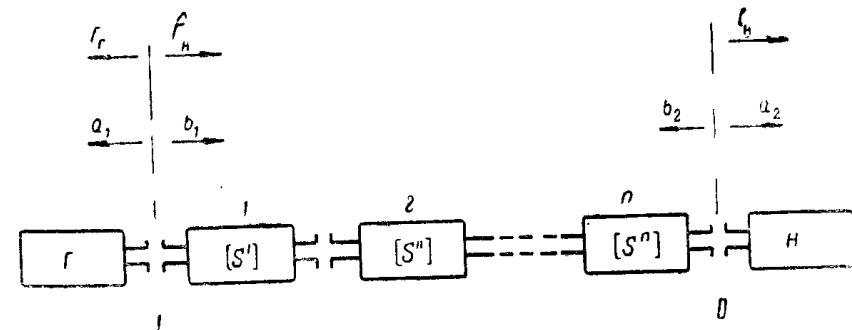


Рис. 4.1. Каскадное соединение n четырехполюсников СВЧ, включенных между рассогласованными генератором и нагрузкой: G — генератор; H — нагрузка; 1, 2, ..., n — четырехполюсники.

чен между рассогласованными генератором и нагрузкой, его коэффициент передачи определяется выражением (2.8), которое в обозначениях рис. 4.1 имеет вид

$$\Gamma_{II,1} = \frac{\widehat{S}_{21}}{(1 - \widehat{S}_{11}\Gamma_{II})(1 - \widehat{S}_{22}\Gamma_{II}) - \widehat{S}_{12}\widehat{S}_{21}\Gamma_{II}\Gamma_{II}}. \quad (4.1)$$

Для каскадного соединения трех обобщенных четырехполюсников коэффициенты \widehat{S}_{11} , \widehat{S}_{12} , \widehat{S}_{21} и \widehat{S}_{22} определяются выражениями (2.18)–(2.21).

Коэффициент отражения $\widehat{\Gamma}_{II}$ (рис. 4.1) определим из выражения (2.10). Учитывая, что его величина не зависит от согласования генератора, запишем

$$\widehat{\Gamma}_{II} = \widehat{S}_{11} + \frac{\widehat{S}_{12}\widehat{S}_{21}\Gamma_{II}}{1 - \widehat{S}_{22}\Gamma_{II}}. \quad (4.2)$$

Развернутое выражение для случая трех взаимных четырехполюсников имеет вид

$$\widehat{\Gamma}_{II} = S'_{11} + \frac{Q}{R}, \quad (4.3)$$

где

$$Q = (S'_{12})^2 \{ S''_{11} [(1 - S''_{22}S''_{11})(1 - S'''_{22}\Gamma_{II}) - S''_{22}(S'''_{12})^2\Gamma_{II}] + S'''_{11}(S'_{12})^2(1 - S''_{22}\Gamma_{II}) + (S''_{12})^2(S'''_{12})^2\Gamma_{II} \};$$

$$R = (1 - S'''_{22}\Gamma_{II}) [(1 - S'_{22}S''_{11})(1 - S''_{22}S''_{11}) - S'_{22}(S'_{12})^2S''_{11}] - (S'''_{12})^2 [S'_{22}(1 - S''_{11}S'_{22}) + S'_{22}(S'_{12})^2]\Gamma_{II}. \quad (4.4)$$

Кроме того,

$$\widehat{S}_{22} = S'''_{22} + \frac{D}{N}, \quad (4.5)$$

где

$$D = (S'''_{12})^2 [S'_{22}(1 - S'_{22}S''_{11}) + S'_{22}(S'_{12})^2];$$

$$N = (1 - S'_{22}S''_{11})(1 - S''_{22}S''_{11}) - S'_{22}(S'_{12})^2S''_{11}.$$

В случае двух взаимных четырехполюсников соответственно

$$\widehat{\Gamma}_{II} = S'_{11} + \frac{(S'_{12})^2(1 - S'_{22}\Gamma_{II})S''_{11} + (S'_{12})^2(S'_{12})^2\Gamma_{II}}{(1 - S''_{22}\Gamma_{II})(1 - S'_{11}S'_{22}) - S'_{22}(S'_{12})^2\Gamma_{II}}; \quad (4.6)$$

$$\widehat{S}_{22} = S'_{22} + \frac{S'_{22}(S'_{12})^2}{1 - S'_{11}S'_{22}}. \quad (4.7)$$

4.2. ГРАФЫ И МАТРИЦЫ НЕКОТОРЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ СВЧ

Ориентированный граф обобщенного пассивного четырехполюсника СВЧ приведен в приложении (рис. П.4).

Для различных конкретных типов четырехполюсников коэффициенты S_{11} , S_{12} , S_{21} и S_{22} представляют собой вполне определенные выражения. В частности, для сим-

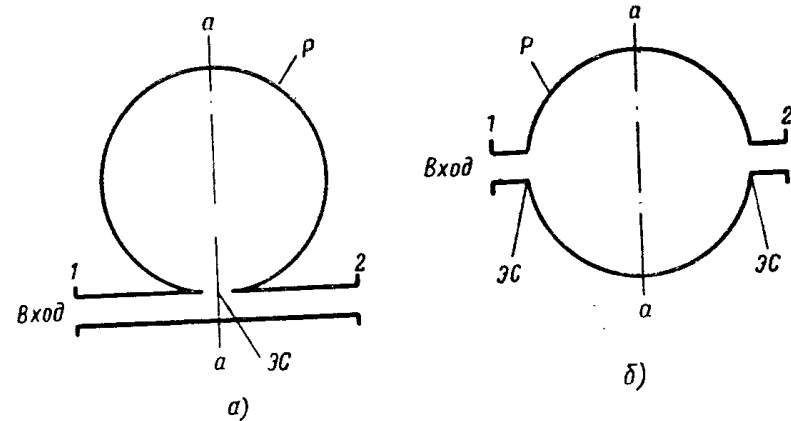


Рис. 4.2. Резонаторы СВЧ:

a — резонатор со связью через боковую стенку; b — проходной резонатор. P — собственно резонатор; ЭС — элемент связи; aa — плоскость симметрии.

метричного резонатора с потерями при подключении двух идентичных линий имеем [4.1]

$$S_{11} = S_{22} = -\frac{jQ_{II}}{Q_{II}\left(1 - 2jQ_{II}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} + j - \sin \eta e^{j\eta};$$

$$S_{12} = S_{21} = -\frac{jQ_{II}}{Q_{II}\left(1 - 2jQ_{II}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} + \sin \eta e^{j\eta}, \quad (4.8)$$

где

Q_{II} и Q_{II} — нагруженная и внешняя добротности резонатора соответственно;

$\Delta\omega$ — половина ширины полосы пропускания резонатора;

ω_0 — резонансная частота.

Значение $\eta = \frac{\pi}{2}$ соответствует включению резонатора, представленному на рис. 4.2, a , $\eta = 0$ — на рис. 4.2, b .

4.3. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ КАЛИБРОВКЕ АТТЕНЮАТОРОВ СВЧ И ИЗМЕРЕНИИ МОЩНОСТИ СВЧ С ПРИМЕНЕНИЕМ АТТЕНЮАТОРОВ. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В качестве примера использования приведенных выше соотношений сделаем расчет погрешностей рассогласования аттенюаторов СВЧ. Поскольку эти погрешности имеют место как при калибровке, так и при измерениях, остановимся на обоих этих случаях.

Чтобы рассчитать погрешности рассогласования в том или ином конкретном случае, необходимо иметь полные сведения об элементах измерительной схемы, включающей аттенюаторы, а именно, необходимо знать модули и фазы коэффициентов отражения как самих аттенюаторов, так и элементов измерительного тракта, в частности генератора и нагрузки.

На практике обычно измеряются только модули коэффициента отражения (КСВН), так как точное измерение фаз часто бывает затруднительно; оно требует усложнения измерительной схемы и затраты значительно большего труда и времени. С другой стороны, результаты расчета погрешностей рассогласования с учетом фаз могут быть в полной мере использованы только при условии, что аттенюаторы во время измерений используются в тех же условиях, что и при калибровке. Выполнение этого условия на практике весьма затруднительно, а подчас и невозможно.

В связи с этим во многих случаях целесообразно рассчитывать предельные погрешности, соответствующие наиболее неблагоприятным соотношениям фаз. Очевидно, что для этого вполне достаточно иметь сведения только о модулях коэффициентов отражения. Ниже производится анализ погрешностей рассогласования для одного или нескольких каскадно-включенных аттенюаторов.

Остановимся на определении некоторых основных величин.

Под *потерями* (L), вносимыми аттенюатором, включенным между генератором и нагрузкой, как и ранее, будем подразумевать выраженное в децибелах отношение мощности ($P_{вх}$), измеряемой на входе аттенюатора, к его выходной мощности ($P_{вых}$) в случае, когда согласование полных сопротивлений как со стороны генератора, так и со стороны нагрузки отсутствует.

Под *ослаблением* аттенюатора (A) будем подразумевать аналогичное отношение, определяемое при условии, что полные сопротивления на входе и выходе аттенюатора согласованы.

Под *погрешностью рассогласования фиксированного аттенюатора* δ^0 будем подразумевать разность между выраженными в децибелах потерями, вносимыми аттенюатором и его ослаблением.

Под *погрешностью рассогласования переменного аттенюатора* (погрешностью изменения выходной мощности аттенюатора) в дальнейшем будем подразумевать разность погрешностей δ^{0n} и $\delta^{0к}$, где индекс 0n соответствует начальной установке аттенюатора, а индекс 0к — конечной установке.

4.4. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОДИНОЧНОГО РАССОГЛАСОВАННОГО АТТЕНЮАТОРА, ВКЛЮЧАЕМОГО МЕЖДУ РАССОГЛАСОВАННЫМИ ГЕНЕРАТОРОМ И НАГРУЗКОЙ

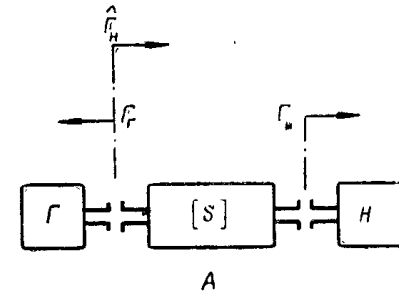
Рассмотрим сначала погрешности в случае переменного аттенюатора [4.2] (рис. 4.3). В соответствии с выражением (2.30) потери, вносимые аттенюатором при некоторой произвольной его установке, определяются выражением

$$L = 20 \lg \left| \frac{(1 - S_{11} \Gamma_r) (1 - S_{22} \Gamma_n) - S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_n}{S_{12} (1 - \Gamma_r \Gamma_n)} \right|. \quad (4.9)$$

Обозначим в (4.9) потери L , вносимые аттенюатором при начальной его установке, и соответствующие им значения S_{11} , S_{22} и S_{12} , а также ослабление A индексом n .

Рис. 4.3. Блок-схема включения рассогласованного аттенюатора между рассогласованными генератором и нагрузкой:

Γ — генератор; A — аттенюатор; H — нагрузка.



Аналогичные величины при конечной его установке обозначим индексом к ; тогда изменение вносимых потерь будет выражаться следующей формулой:

$$\Delta L = L^к - L^n = 20 \lg \left| \frac{1}{S_{12}^к} \right| - 20 \lg \left| \frac{1}{S_{12}^n} \right| + 20 \lg \left| \frac{(1 - S_{11}^к \Gamma_r) (1 - S_{22}^к \Gamma_n) - (S_{12}^к)^2 \Gamma_r \Gamma_n}{(1 - S_{11}^n \Gamma_r) (1 - S_{22}^n \Gamma_n) - (S_{12}^n)^2 \Gamma_r \Gamma_n} \right| = A^к - A^n + \delta_1. \quad (4.10)$$

Из (4.10) с помощью выражения

$$\hat{\Gamma}_n = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_n}{1 - S_{22} \Gamma_n} \quad (4.11)$$

получим

$$\delta_1 = 20 \lg \frac{(1 - \hat{\Gamma}_n^к \Gamma_r) (1 - S_{22}^к \Gamma_n)}{(1 - \hat{\Gamma}_n^n \Gamma_r) (1 - S_{22}^n \Gamma_n)}. \quad (4.12)$$

Предельные значения этой погрешности будут

$$(\delta_1)_{\text{макс}+} = 20 [\lg (1 \pm |\widehat{\Gamma}_H^K| |\Gamma_T|) + \lg (1 \pm |S_{22}^K| |\Gamma_H|) - \text{макс}-] - \lg (1 \mp |\widehat{\Gamma}_H^H| |\widehat{\Gamma}_T|) - \lg (1 \mp |S_{22}^H| |\Gamma_H|). \quad (4.13)$$

Далее рассмотрим случай фиксированного аттенюатора. Потери, вносимые аттенюатором, в соответствии с (4.9) определяются выражением

$$L = 20 \lg \left| \frac{1}{S_{12}} \right| + \delta^{\circ}_1 = A + \delta^{\circ}_1, \quad (4.14)$$

где погрешность рассогласования δ°_1 равна

$$\delta^{\circ}_1 = 20 \lg \left| \frac{(1 - \widehat{\Gamma}_H \Gamma_T)(1 - S_{22} \Gamma_H)}{1 - \Gamma_T \Gamma_H} \right|. \quad (4.15)$$

Предельные значения этой погрешности

$$(\delta^{\circ}_1)_{\text{макс}+} = 20 [\lg (1 \mp |\widehat{\Gamma}_H| |\Gamma_T|) + \lg (1 \pm |S_{22}| |\Gamma_H|) - \text{макс}-] - \lg (1 \mp |\Gamma_T| |\Gamma_H|). \quad (4.16)$$

Верхние знаки в формулах (4.13) и (4.16) соответствуют максимальным положительным, нижние — максимальным отрицательным погрешностям. Обычно не является очевидным, какие из этих погрешностей больше.

В формулы (4.13) и (4.16) входят функции вида

$$\pm 20 \lg (1 \pm |\Gamma_1| |\Gamma_2|) = \pm 20 \lg \left(1 \pm \frac{r_1 - 1}{r_1 + 1} \frac{r_2 - 1}{r_2 + 1} \right),$$

где r_1 и r_2 — КСВН, соответствующие Γ_1 и Γ_2 .

На рис. 4.4 дана номограмма для определения численных значений этих функций.

Остановимся более подробно на некоторых практически важных случаях применения фиксированного аттенюатора [4.3]. Часто при измерении мощности колебаний СВЧ, поступающей в какую-нибудь нагрузку, используется оконечный измеритель мощности, включаемый во время измерения вместо этой нагрузки. Если измеряемая мощность велика, то перед измерителем мощности включается аттенюатор с известным переходным ослаблением. Так как все элементы, используемые при такого рода измерениях — нагрузка, генератор и сам аттенюатор — не могут быть идеально согласованными, появляется погрешность рассогласования, величину которой полезно оценить. Используя выражение (4.9), можно, например, найти отношение мощности P_H , поступающей в рассогласованную нагрузку, которая подключается к рассогласованному генератору, к мощности P_M , поступающей в рассогласованный измеритель мощности,

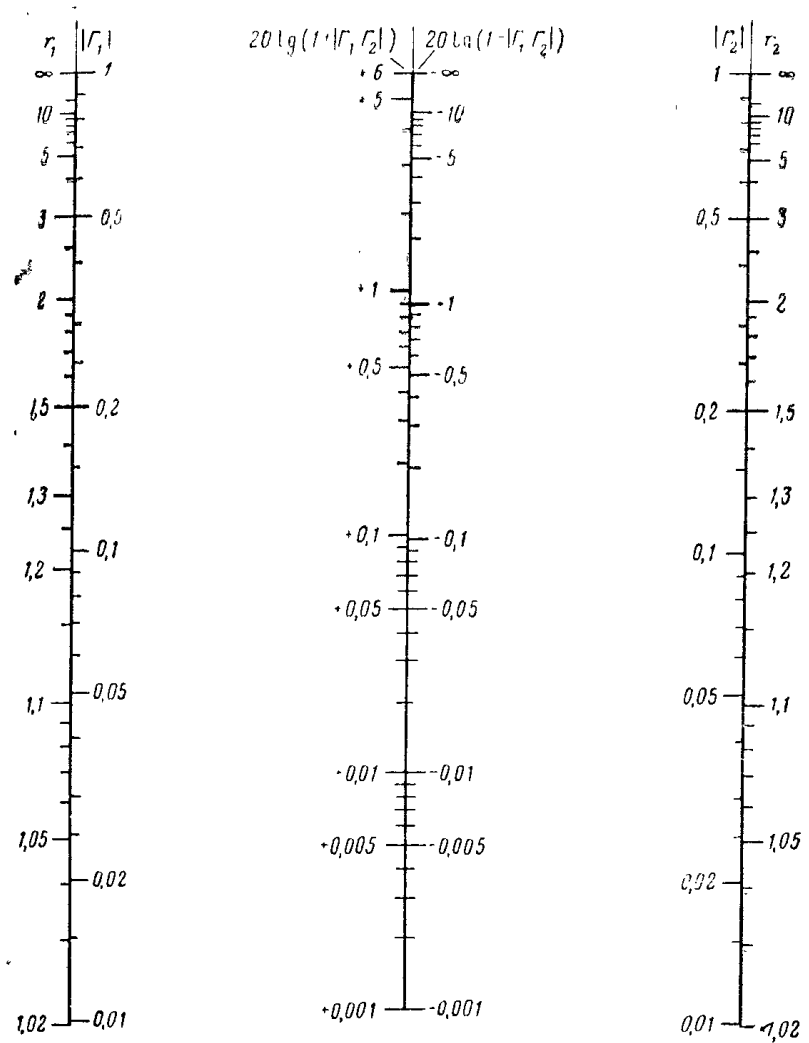


Рис. 4.4. Номограмма для определения численных значений функции $20 \lg (1 \pm |\Gamma_1 \Gamma_2|)$.

подключаемый через рассогласованный аттенюатор к тому же генератору. Это отношение равно

$$\frac{P_H}{P_M} = |S_{12}|^2 \left| \frac{1 - \Gamma_T \widehat{\Gamma}_M}{1 - \Gamma_T \Gamma_H} (1 - S_{22} \Gamma_M) \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2}, \quad (4.17)$$

где

Γ_M — собственный коэффициент отражения измерителя мощности;

$\widehat{\Gamma}_M$ — коэффициент отражения на входе аттенюаторов, когда к его выходу подключен измеритель мощности. Коэффициент $\widehat{\Gamma}_M$ определяется выражением (4.11) при замене Γ_H на $\widehat{\Gamma}_M$;

S_{12} — элемент матрицы рассеяния аттенюатора, связанный с вносимым ослаблением A выражением

$$A = 20 \lg \left| \frac{1}{S_{12}} \right|.$$

В зависимости от соотношения фаз коэффициентов, входящих в выражение (4.17), отношение $\frac{P_H}{P_M}$ может изменяться в следующих пределах:

$$\begin{aligned} & 4 \frac{r_H}{r_M} \left[\left| \frac{1}{S_{12}} \right| \frac{(r_T \widehat{r}_M + 1)(r_{22} r_M + 1)}{(r_T + r_H)(r_{22} + 1)(\widehat{r}_M + 1)} \right]^2 \geq \frac{P_H}{P_M} \geq \\ & \geq 4 \frac{r_H}{r_M} \left[\left| \frac{1}{S_{12}} \right| \frac{(r_T + \widehat{r}_M)(r_{22} + r_M)}{(r_T r_M + 1)(r_{22} + 1)(\widehat{r}_M + 1)} \right]^2, \end{aligned} \quad (4.18)$$

где через r обозначены КСВН с индексами, аналогичными индексам при коэффициентах отражения в уравнении (4.17).

Частным, по отношению к только что описанному случаю, является случай калибровки одного измерителя мощности по другому (образцовому) путем попеременного подключения этих приборов к одному и тому же генератору. Полагая в (4.17) $\widehat{\Gamma}_M = \Gamma_M$, $S_{22} = 0$ и $S_{12} = 1$, получим

$$\frac{P_H}{P_M} = \left| \frac{1 - \Gamma_T \Gamma_M}{1 - \Gamma_T \Gamma_H} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2}, \quad (4.19)$$

где в данном случае под P_H и Γ_H подразумевается мощность, поступающая в калибруемый измеритель мощности и его коэффициент отражения соответственно.

Пределы изменения отношения P_H/P_M определяются следующим неравенством:

$$\frac{r_H}{r_M} \left(\frac{r_T + r_M}{r_T r_H + 1} \right)^2 \geq \frac{P_H}{P_M} \geq \frac{r_H}{r_M} \left(\frac{r_T r_M + 1}{r_T + r_H} \right)^2. \quad (4.20)$$

4.5. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ В СЛУЧАЕ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ НЕСКОЛЬКИХ РАССОГЛАСОВАННЫХ АТТЕНЮАТОРОВ, ВКЛЮЧАЕМЫХ МЕЖДУ СОГЛАСОВАННЫМИ ГЕНЕРАТОРОМ И НАГРУЗКОЙ¹

Рассмотрим сначала, как и ранее, случай переменных аттенюаторов. При каскадном включении трех произвольных аттенюаторов, представляющих собой взаимные четырехполюсники (рис. 4.5), из

(2.20), полагая $S'_{21} = S'_{12}$, $S''_{21} = S''_{12}$ и $S'''_{21} = S'''_{12}$, получим

$$\frac{1}{\widehat{\Gamma}} = \frac{(1 - S'_{22} S''_{11})(1 - S''_{22} S'''_{11}) - S'_{22} S'''_{11} (S''_{12})^2}{S'_{12} S''_{12} S'''_{12}}, \quad (4.21)$$

где $\widehat{\Gamma}$ — коэффициент передачи цепочки из трех каскадно-включенных аттенюаторов.

Индекс ' соответствует первому аттенюатору (считая от генератора), индекс '' — второму и ''' — третьему аттенюатору.

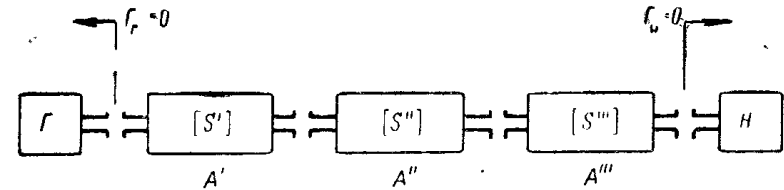


Рис. 4.5. Блок-схема включения трех рассогласованных аттенюаторов между согласованными генератором и нагрузкой:

G — генератор; A' , A'' и A''' — аттенюаторы; H — нагрузка.

В соответствии с (4.21) можно записать выражение для потерь, вносимых этой цепочкой:

$$L = 20 \left[\lg \left| \frac{1}{S'_{12}} \right| + \lg \left| \frac{1}{S''_{12}} \right| + \lg \left| \frac{1}{S'''_{12}} \right| + \lg (1 - S'_{22} S''_{11}) \times \right. \\ \left. \times (1 - S''_{22} S'''_{11}) - S'_{22} S'''_{11} (S''_{12})^2 \right]. \quad (4.22)$$

Обозначив, как и ранее, индексом $н$ величины, соответствующие начальной установке аттенюаторов, а индексом $к$ — конечной установке, из (4.22) получим следующее выражение для погрешности рассогласования в случае трех переменных аттенюаторов:

$$\delta_2 = 20 \lg \left| \frac{(1 - S'_{22} S''_{11}{}^н)(1 - S''_{22} S'''_{11}{}^к) - S'_{22} S'''_{11}{}^к (S''_{12}{}^к)^2}{(1 - S'_{22} S''_{11}{}^н)(1 - S''_{22} S'''_{11}{}^н) - S'_{22} S'''_{11}{}^н (S''_{12}{}^н)^2} \right|. \quad (4.23)$$

Полагая

$$S'_{11}{}^н = S''_{11}{}^к = 0 \text{ и } S'_{12}{}^н = S''_{12}{}^к = 1,$$

получим аналогичное выражение для двух каскадно-включенных аттенюаторов:

$$\delta_2 = 20 \lg \left| \frac{1 - S'_{22} S''_{11}{}^к}{1 - S'_{22} S''_{11}{}^н} \right|. \quad (4.24)$$

Перейдем к случаю использования фиксированных аттенюаторов. Погрешность рассогласования при этом может быть найдена непо-

¹ См. [4.4].

средственно из (4.22). Для трех каскадно-включенных аттенюаторов она равна

$$\delta^{\circ}_2 = 20 \lg |(1 - S'_{22} S''_{11})(1 - S''_{22} S'''_{11}) - S'_{22} S'''_{11} (S'_{12})^2|. \quad (4.25)$$

При большом ослаблении, вносимом средним аттенюатором, т. е. малом $|S'_{12}|$

$$\delta^{\circ}_2 \approx 20 [\lg |(1 - S'_{22} S''_{11})| + \lg |(1 - S''_{22} S'''_{11})|]. \quad (4.26)$$

Погрешность рассогласования для двух аттенюаторов определяется выражением

$$\delta^{\circ}_2 = 20 \lg |(1 - S'_{22} S''_{11})|. \quad (4.27)$$

Численный расчет по формулам, приведенным в настоящем разделе, удобно производить также с помощью номограммы, приведенной на рис. 4.4.

4.6. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ КАЛИБРОВКЕ АТТЕНЮАТОРОВ МЕТОДОМ ЗАМЕЩЕНИЯ ДЛЯ ТРЕХ И ДВУХ КАСКАДНО-СОЕДИНЕННЫХ РАССОГЛАСОВАННЫХ АТТЕНЮАТОРОВ, ВКЛЮЧАЕМЫХ МЕЖДУ РАССОГЛАСОВАННЫМИ ГЕНЕРАТОРОМ И ДЕТЕКТОРОМ

Рассмотрим сначала случай трех рассогласованных аттенюаторов, включенных между рассогласованными генератором и детектором (рис. 4.6) [4.5]. На практике он имеет место, например, когда аттенюатор с большим переходным ослаблением калибруется по двум образцовым аттенюаторам с меньшими ослаблениями. Кроме того, это случай, когда рассогласованный (например, предельный) аттенюатор включается между двумя хорошо согласованными аттенюаторами.

Заметим, что излагаемый здесь метод легко распространить на случай не только трех, но и любого числа каскадно-включенных аттенюаторов, однако на практике обычно включение больше чем трех аттенюаторов не требуется. Поэтому ограничимся рассмотрением случая трех аттенюаторов. При этом погрешность рассогласования удобно разбить на две части:

а) соответствующую одному, отдельно взятому (в данном случае «комбинированному») аттенюатору и б) связанную с совместным включением аттенюаторов. При начальной установке аттенюаторов будет справедливым равенство

$$L_{\text{н}} = A_{\text{нн}} + A_{\text{он}} + \delta_{\text{н}}. \quad (4.28)$$

где

$L_{\text{н}}$ — общие потери, вносимые всеми каскадно-включенными аттенюаторами, соответствующие их начальной установке;

$A_{\text{нн}}$ и $A_{\text{он}}$ — ослабления, вносимые испытуемым (калибруемым) и образцовыми аттенюаторами при начальной установке соответственно;

$\delta_{\text{н}}$ — разность между общими потерями, вносимыми всеми каскадно-включенными аттенюаторами, и суммой ослаблений отдельно взятых аттенюаторов.

Точно так же для конечной установки аттенюаторов можно записать

$$L_{\text{к}} = A_{\text{нк}} + A_{\text{ок}} + \delta_{\text{к}}, \quad (4.29)$$

где $L_{\text{к}}$, $A_{\text{нк}}$, $A_{\text{ок}}$ и $\delta_{\text{к}}$ — аналогичные величины, соответствующие конечной установке аттенюаторов.

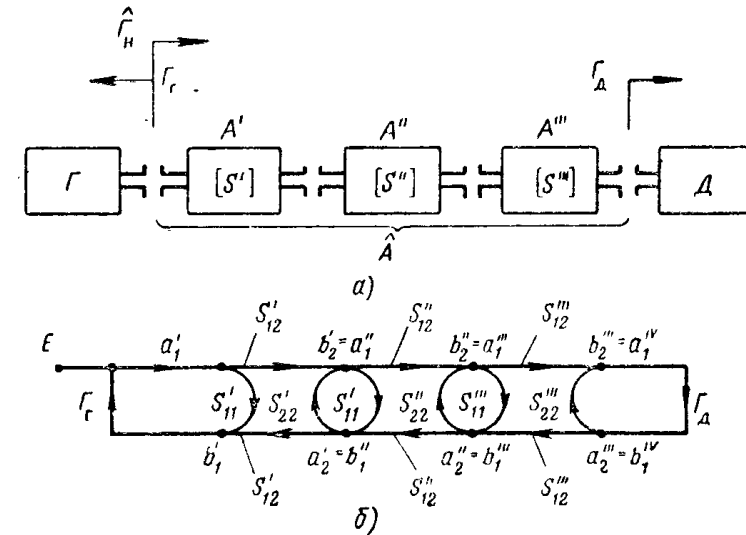


Рис. 4.6. Схема включения трех рассогласованных аттенюаторов между рассогласованными генератором и нагрузкой:

а — блок-схема; Γ — генератор; A' , A'' и A''' — аттенюаторы; \hat{A} — комбинированный аттенюатор; Δ — детектор; б — ориентированный граф.

Учитывая, что при калибровке методом замещения $L_{\text{н}} = L_{\text{к}}$, можно записать

$$\delta_{\text{н}} - \delta_{\text{к}} = (A_{\text{нк}} + A_{\text{ок}}) - (A_{\text{нн}} + A_{\text{он}}) = \delta_{\text{т}}. \quad (4.30)$$

Пусть $A_{\text{н}}$ и $A_{\text{к}}$ — ослабление цепочки каскадно-включенных аттенюаторов («комбинированного аттенюатора») в начале и конце цикла измерений, тогда

$$A_{\text{к}} = A_{\text{нк}} + A_{\text{ок}} + \delta_{\Sigma\text{к}}; \quad (4.31)$$

$$A_{\text{н}} = A_{\text{нн}} + A_{\text{он}} + \delta_{\Sigma\text{н}}, \quad (4.32)$$

где δ_{Σ_K} и δ_{Σ_H} — отличие этих ослаблений от простых сумм ослаблений всех аттенюаторов при их конечной и начальной установке. Подставив (4.31) и (4.32) в (4.30), получим

$$\delta_T = (A_K - \delta_{\Sigma_K}) - (A_H - \delta_{\Sigma_H}) = A_K - A_H + \delta_2, \quad (4.33)$$

где $\delta_2 = \delta_{\Sigma_H} - \delta_{\Sigma_K}$ — погрешность рассогласования, представляющая собой разность между ослаблением комбинированного аттенюатора и суммой ослаблений, вносимых отдельными входящими в него аттенюаторами. Этот случай аналогичен рассмотренному выше случаю каскадного включения рассогласованных аттенюаторов в тракт с согласованными генератором и нагрузкой.

Уравнение (4.33) можно переписать следующим образом:

$$A_K - A_H = \delta_T - \delta_2 = \delta_1. \quad (4.34)$$

Этот случай аналогичен случаю одиночного аттенюатора при двух значениях вносимого им ослабления (двух его установках). Он также описан выше — выражение (4.12). Общая погрешность рассогласования при каскадном включении переменных аттенюаторов в рассогласованном тракте равна

$$\delta_T = \delta_1 + \delta_2, \quad (4.35)$$

где составляющая δ_1 общей погрешности учитывает взаимодействие отражений от генератора, комбинированного аттенюатора, т. е. цепочки всех каскадно-включенных аттенюаторов, и детектора, а составляющая δ_2 — взаимодействие отражений от отдельно взятых аттенюаторов.

Значение δ_1 можно определить с помощью уравнения (4.12), рассматривая каскадное соединение аттенюаторов как один «комбинированный» аттенюатор и подставляя в (4.12) вместо $\hat{\Gamma}$ и \hat{S}_{22} значения $\hat{\Gamma}_1$ — коэффициента отражения на входе комбинированного аттенюатора с подключенным к нему детектором и \hat{S}_{22} — коэффициента матрицы рассеяния «комбинированного» аттенюатора. Значения $\hat{\Gamma}_1$ и \hat{S}_{22} определяются выражениями (4.3) — (4.5) для трех, и выражениями (4.6), (4.7) для двух каскадно-включенных аттенюаторов при замене Γ_H на Γ_d .

Для определения составляющей погрешности δ_2 в случае трех каскадно-включенных аттенюаторов следует воспользоваться формулой (4.23), в случае двух аттенюаторов — формулой (4.24).

На рис. 4.7—4.18 показаны результаты расчета предельных погрешностей рассогласования для различных случаев применения аттенюаторов. На этих рисунках через r'_{11} и r'_{22} обозначены КСВН, соответствующие Γ'_{11} и Γ'_{22} — входному и выходному коэффициентам отражения первого аттенюатора, — через r''_{11} , r''_{22} и r'''_{11} , r'''_{22} — аналогичные величины для второго и третьего аттенюаторов соответственно. Через r_r и r_d обозначены КСВН генератора и детектора. Значения измеряемых ослаблений показаны непосредственно на рисунках.

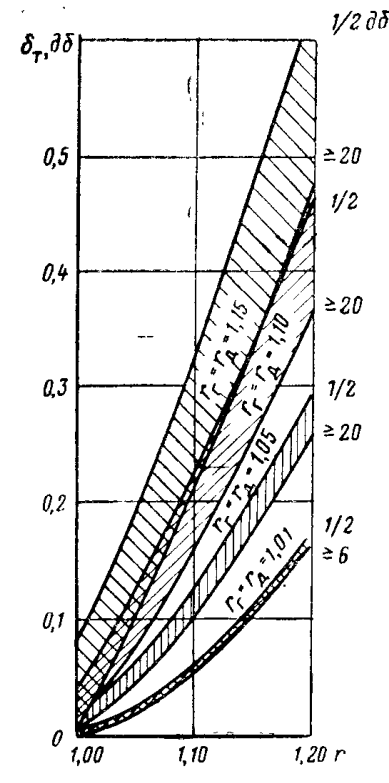


Рис. 4.7. Зависимость общей предельной погрешности рассогласования δ_T от условий измерений для двух каскадно-включенных переменных аттенюаторов, при $r'_{11} = r'_{22} = r''_{11} = r''_{22} = r$.

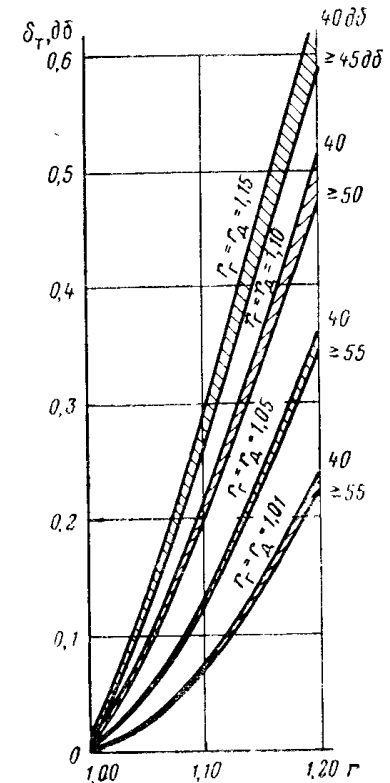


Рис. 4.8. Зависимость общей предельной погрешности рассогласования δ_T от условий измерений для трех каскадно-включенных аттенюаторов при $r'_{11} = r'_{22} = r''_{11} = r''_{22} = r'''_{11} = r'''_{22} = r$.

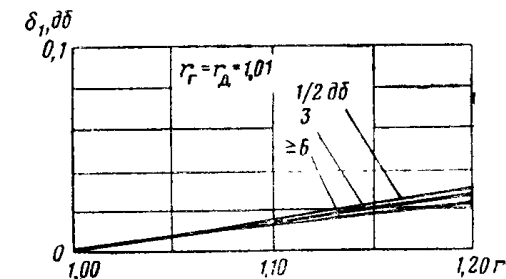


Рис. 4.9. Предельные значения составляющей δ_1 для двух аттенюаторов при $r'_{11} = r'_{22} = r''_{11} = r''_{22}$, включенных каскадно в тракт с $r_r = r_d = 1,01$.

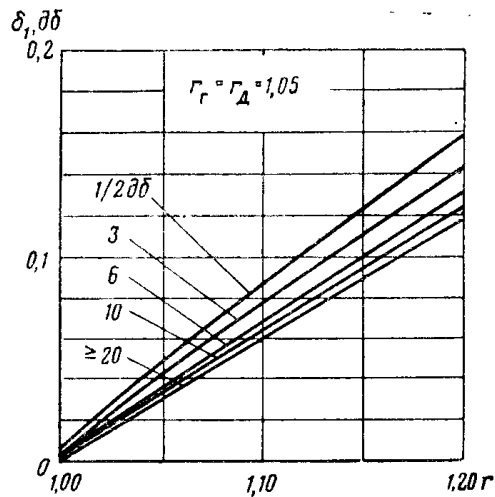


Рис. 4.10. Предельные значения составляющей δ_1 для двух аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'_{22}=r''_{22}$, $r_r=r_d=1,05$.

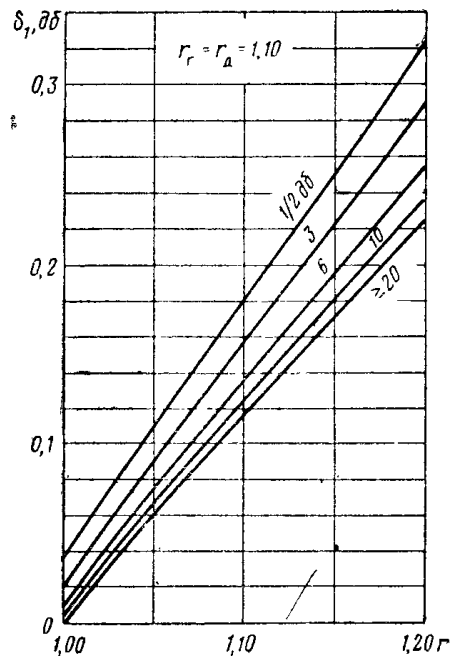


Рис. 4.11. Предельные значения составляющей δ_1 для двух аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'_{22}=r''_{22}$, $r_r=r_d=1,10$.

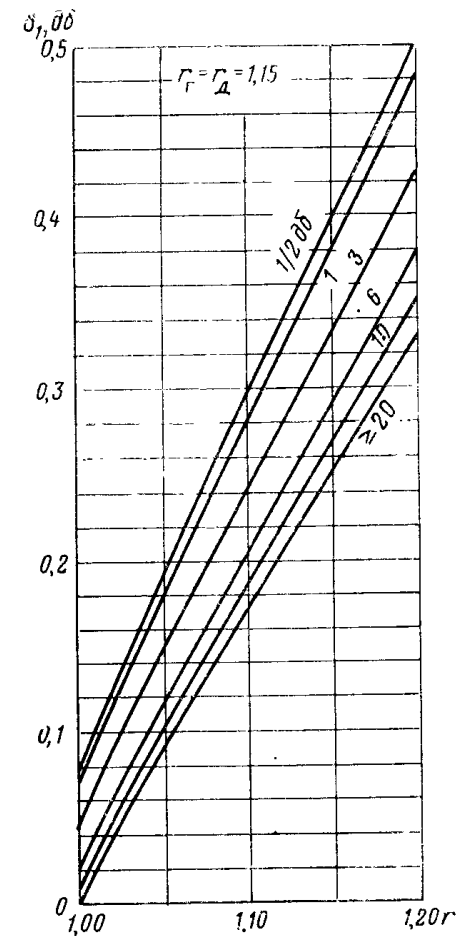


Рис. 4.12. Предельные значения составляющей δ_1 для двух аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'_{22}=r''_{22}$, $r_r=r_d=1,15$.

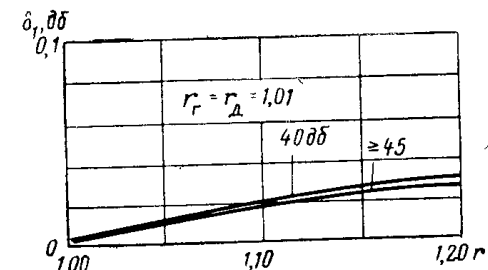


Рис. 4.13. Предельные значения составляющей δ_1 для трех аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'''_{11}=r'_{22}=r''_{22}=r'''_{22}$, включенных каскадно в тракт с $r_r=r_d=1,01$.

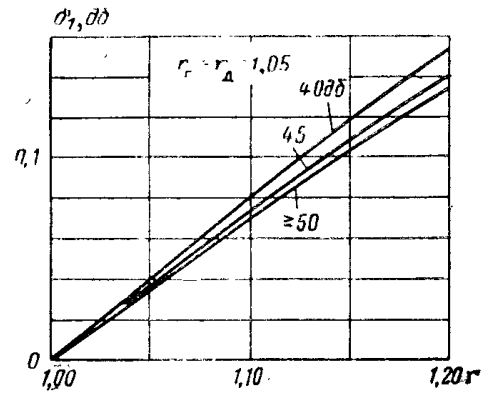


Рис. 4.14. Предельные значения составляющей δ_1 для трех аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'''_{11}=r'_{22}=r''_{22}=r'''_{22}$, $r_r=r_d=1,05$.

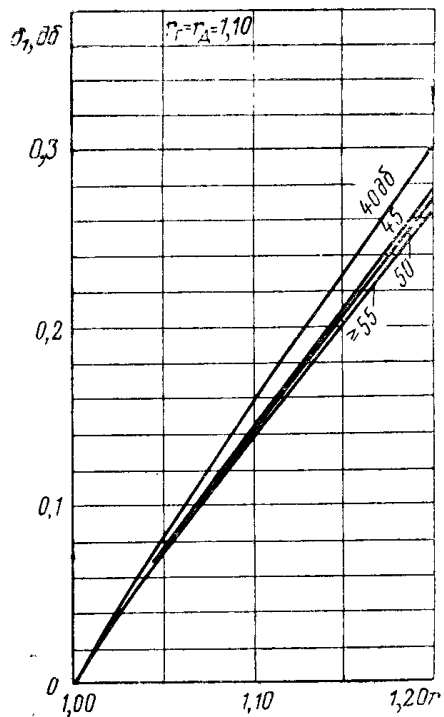


Рис. 4.15. Предельные значения составляющей δ_1 для трех аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'''_{11}=r'_{22}=r''_{22}=r'''_{22}$, $r_r=r_d=1,1$.

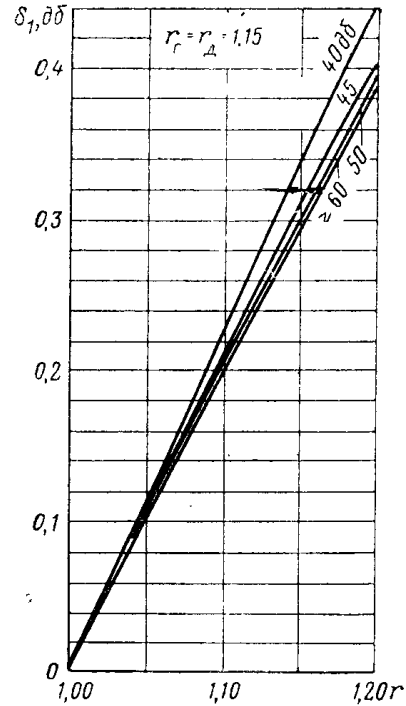


Рис. 4.16. Предельные значения составляющей δ_1 для трех аттенуаторов при $r'_{11}=r''_{11}=r'''_{11}=r'_{22}=r''_{22}=r'''_{22}$, $r_r=r_d=1,15$.

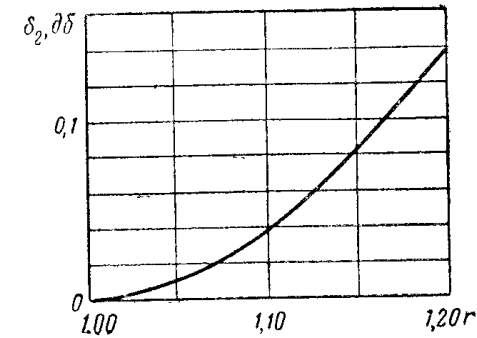


Рис. 4.17. Предельные значения составляющей δ_2 для двух каскадно-включенных аттенуаторов при $r'_{22}=r''_{11}$.

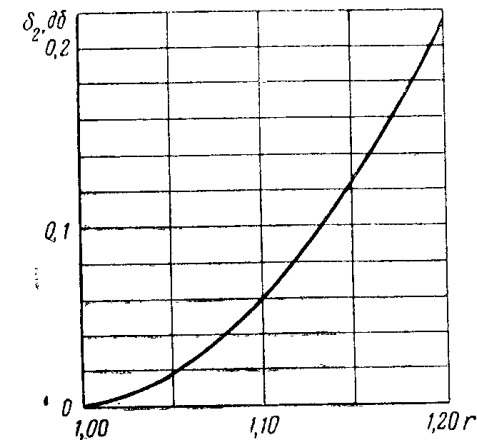


Рис. 4.18. Предельные значения составляющей δ_2 для трех каскадно-включенных аттенуаторов при $r'_{22}=r''_{11}=r'''_{22}=r'''_{11}$.

Кривая на рис. 4.18 получена в предположении, что ослабление, вносимое средним аттенуатором, не менее 20 дБ.

4.7. УЧЕТ УСЛОВИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ РАССОГЛАСОВАНИЯ

Полученные в § 4.3—4.6 формулы для расчета максимальных погрешностей рассогласования, строго говоря, дают несколько завышенные результаты. Это объясняется тем, что при их выводе не учитываются условия физической реализуемости устройств СВЧ, ко-

торые обуславливают определенные зависимости между фазами и модулями коэффициентов, входящих в матрицы рассеяния отдельных каскадно-включаемых четырехполюсников (аттенуаторов). Конкретно это выражается в том, что фазы всех коэффициентов, входящих в упомянутые выше выражения, считаются независимыми друг от друга и принимаются такими, что модули отдельных коэффициентов в числителе и знаменателе этих выражений просто вычитаются или складываются.

Учет условий физической реализуемости в общем виде является слишком сложным. Однако в некоторых частных случаях он возможен. В частности, можно получить точные выражения для погрешностей рассогласования в практически важном случае включения реактивного четырехполюсника между рассогласованными генератором и нагрузкой. Под реактивным четырехполюсником подразумеваются, например, реактивные фильтры СВЧ, предельные аттенуаторы и другие частично отражающие двухплечные устройства без потерь. Полагая, что калибровка такого устройства производится по обычной методике, предусматривающей подключение к выходным и входным зажимам четырехполюсника нагрузки и генератора, входные сопротивления которых комплексно сопряжены соответственно с выходными и входными полными сопротивлениями этого четырехполюсника, и используя матричное представление $2n$ -полюсника с комплексными нагрузками [4.6], можно получить в этом случае следующее выражение для погрешности рассогласования [4.7]:

$$\delta = 20 \lg \left| \frac{D_0}{1 - \Gamma_r \Gamma_n} \right|, \quad (4.36)$$

где

$$D_0 = 1 - \Gamma_r S_{11}^\circ - \Gamma_n S_{22}^\circ + \Gamma_r \Gamma_n \Delta^\circ; \quad (4.37)$$

$$\Delta^\circ = |S^\circ| = S_{11}^\circ S_{22}^\circ - S_{12}^\circ S_{21}^\circ. \quad (4.38)$$

Здесь S_{11}° , S_{12}° , S_{21}° и S_{22}° — коэффициенты матрицы рассеяния реактивного четырехполюсника (аттенуатора), полученные при его калибровке

Как и в рассмотренных ранее случаях, максимальная погрешность рассогласования может соответствовать одному из двух экстремальных случаев, когда действительное ослабление, вносимое четырехполюсником, максимально и, следовательно, больше A_0 , или наоборот, когда оно минимально и меньше A .

Обозначив соответственно

$$\left| \frac{D^\circ}{1 - \Gamma_r \Gamma_n} \right|_{\max} = \nu_M;$$

$$\left| \frac{D^\circ}{1 - \Gamma_r \Gamma_n} \right|_{\min} = \nu_m,$$

можно записать следующие условия для определения максималь-

ной погрешности рассогласования ($|\delta|_{\max}$). Если

$$\nu_M \leq \nu_m^{-1}, \text{ то} \\ |\delta|_{\max} = -20 \lg \nu_m; \quad (4.39)$$

если $\nu_M > \nu_m^{-1}$, то

$$|\delta|_{\max} = 20 \lg \nu_M. \quad (4.40)$$

Очевидно, что выбор формулы для расчета $|\delta|_{\max}$ в общем случае определяется соотношением значения ослабления A четырехполюсника и коэффициентов S_{11}° , S_{12}° , S_{22}° , Γ_r и Γ_n .

Поскольку учет условий физической реализуемости имеет принципиальное значение, рассмотрим этот вопрос более подробно. Обратимся снова к случаю включения рассогласованного четырехполюсника между генератором и нагрузкой.

Для пассивного четырехполюсника условия физической реализуемости можно записать в виде

$$|S_{11}^\circ|^2 + |S_{12}^\circ|^2 \leq 1; \quad (4.41)$$

$$|S_{22}^\circ|^2 + |S_{21}^\circ|^2 \leq 1 \text{ и} \quad (4.42)$$

$$(1 - |S_{12}^\circ|^2) \times (1 - |S_{21}^\circ|^2) + (1 - |S_{11}^\circ|^2) \times \\ \times (1 - |S_{22}^\circ|^2) \geq 1 \pm \operatorname{Re}(S_{11}^\circ S_{22}^\circ S_{12}^{\circ*} S_{21}^{\circ*}). \quad (4.43)$$

В случае без потерь — в виде

$$|S_{11}^\circ|^2 + |S_{12}^\circ|^2 = 1; \quad (4.44)$$

$$|S_{22}^\circ|^2 + |S_{21}^\circ|^2 = 1 \quad (4.45)$$

$$S_{21}^\circ S_{11}^{\circ*} + S_{22}^\circ S_{12}^{\circ*} = 0. \quad (4.46)$$

Из (4.44) — (4.46) следует, в частности, что в этом случае

$$|S_{11}^\circ| = |S_{22}^\circ|. \quad (4.47)$$

Пусть, как и ранее,

$$S_{11}^{\circ'} = |S_{11}^\circ| e^{j\varphi_{11}};$$

$$S_{12}^\circ = |S_{12}^\circ| e^{j\varphi_{12}};$$

$$S_{21}^\circ = |S_{21}^\circ| e^{j\varphi_{21}};$$

$$S_{22}^\circ = |S_{22}^\circ| e^{j\varphi_{22}}.$$

Подставляя (4.48) в (4.43), получим

$$(1 - |S_{12}^\circ|^2)(1 - |S_{21}^\circ|^2) + (1 - |S_{11}^\circ|^2)(1 - |S_{22}^\circ|^2) \geq \\ \geq 1 + 2 |S_{11}^\circ S_{22}^\circ S_{12}^\circ S_{21}^\circ| \cos \chi, \quad (4.49)$$

где

$$\chi = \varphi_{11} + \varphi_{22} - \varphi_{12} - \varphi_{21}. \quad (4.50)$$

Рассмотрим, в каких пределах изменяется значение κ . Четырехполосник является физически реализуемым, если

$$(1 - |S_{12}^\circ|^2)^2 (1 - |S_{21}^\circ|^2) + (1 - |S_{11}^\circ|^2) (1 - |S_{22}^\circ|^2) \geq 1 - 2 |S_{11}^\circ S_{22}^\circ S_{12}^\circ S_{21}^\circ|. \quad (4.51)$$

Это соответствует соотношению фаз, при котором

$$\kappa = \varphi_{11} + \varphi_{22} - \varphi_{12} - \varphi_{21} = (2k+1)\pi, \quad (4.52)$$

где $k=1, 2, \dots, n$.

Из рис. (4.49) видно, что в принципе κ не может быть как угодно малым. Его минимальное значение определяется выражением

$$\cos \chi_{\min} = \frac{(1 - |S_{12}^\circ|^2) (1 - |S_{21}^\circ|^2) + (1 - |S_{11}^\circ|^2) (1 - |S_{22}^\circ|^2) - 1}{2 |S_{11}^\circ S_{22}^\circ S_{12}^\circ S_{21}^\circ|}. \quad (4.53)$$

Для четырехполосника без потерь уравнение существенно упрощается. Из (4.46) в этом случае получим

$$\varphi_{11} + \varphi_{22} - \varphi_{12} - \varphi_{21} = (2k+1)\pi. \quad (4.54)$$

Используем полученные результаты для определения ν_M и ν_m в случае включения реактивного четырехполосника. Подставляя (4.44), (4.45), (4.47) и (4.54) в (4.38), получим

$$\Delta^\circ = |S_{11}^\circ S_{22}^\circ| e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})} - |S_{12}^\circ S_{21}^\circ| e^{j(\varphi_{12} - \varphi_{21})} = e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})}.$$

Пусть

$$\Gamma_r = |\Gamma_r| e^{j\varphi_r};$$

$$\Gamma_n = |\Gamma_n| e^{j\varphi_n};$$

тогда с учетом (4.47) можно записать

$$\frac{D_0}{1 - \Gamma_r \Gamma_n} = \frac{1 - |S_{11}^\circ| [|\Gamma_r| e^{j(\varphi_r + \varphi_{11})} + |\Gamma_n| e^{j(\varphi_n + \varphi_{22})}] + |\Gamma_r \Gamma_n| e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22} + \varphi_r + \varphi_n)}}{1 - |\Gamma_r \Gamma_n| e^{j(\varphi_r + \varphi_n)}}. \quad (4.55)$$

В выражении (4.55) условие физической реализуемости выполняется автоматически и, следовательно, значения φ_{11} , φ_{22} , φ_r и φ_n можно выбирать произвольно. В частности, их можно взять такими, что правая часть (4.55) примет максимально возможное значение. При этом получим

$$\nu_M = \frac{1 + |S_{11}^\circ| (|\Gamma_r| + |\Gamma_n|) + |\Gamma_r \Gamma_n|}{1 - |\Gamma_r \Gamma_n|}. \quad (4.56)$$

Чтобы определить ν_m , можно провести анализ выражения графическим путем. Такой анализ [4.7] показывает, что при различных

соотношениях между $|S_{11}^\circ|$, с одной стороны, и $|\Gamma_r|$, $|\Gamma_n|$, с другой, для расчета ν_m приходится пользоваться различными выражениями.

Если

$$\frac{||\Gamma_r| - |\Gamma_n||}{1 - |\Gamma_r \Gamma_n|} \leq |S_{11}^\circ| \leq \frac{|\Gamma_r| + |\Gamma_n|}{1 - |\Gamma_r \Gamma_n|}, \quad (4.57)$$

то для определения величины ν_m^{-1} следует воспользоваться формулой

$$\nu_m^{-1} = \frac{1 + |\Gamma_r \Gamma_n|}{\sqrt{(1 - |S_{11}^\circ|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) (1 - |\Gamma_n|^2)}}. \quad (4.58)$$

Если же

$$|S_{11}^\circ| = \frac{||\Gamma_r| - |\Gamma_n||}{1 - |\Gamma_r \Gamma_n|}, \quad (4.59)$$

то формулой

$$\nu_m^{-1} = \frac{1 + |\Gamma_r \Gamma_n|}{1 - |S_{11}^\circ| (|\Gamma_r| - |\Gamma_n| - |\Gamma_r \Gamma_n|)}. \quad (4.60)$$

И, наконец, если

$$|S_{11}^\circ| \geq \frac{|\Gamma_r| + |\Gamma_n|}{1 + |\Gamma_r \Gamma_n|}, \quad (4.61)$$

формулой

$$\nu_m^{-1} = \frac{1 + |\Gamma_r \Gamma_n|}{1 - |S_{11}^\circ| (|\Gamma_r| + |\Gamma_n| + |\Gamma_r \Gamma_n|)}. \quad (4.62)$$

Во всех этих случаях ν_M определяется с помощью выражения (4.56). В [4.7] даны графики и номограммы, позволяющие производить численный расчет погрешности рассогласования по данной методике.

Предположим, например, что требуется определить максимальную погрешность рассогласования в случае предельного аттенюатора, обуславливающего ослабление в 10 дБ и включенного между генератором с коэффициентом отражения $\Gamma_r = 0,1$ (КСВН $\approx 1,22$) и нагрузкой с $\Gamma_n = 0,2$ (КСВН $\approx 1,5$). Как известно, такой аттенюатор представляет собой чисто реактивный четырехполосник, поэтому рассмотренная выше методика применима в данном случае. Расчеты показывают, что действительное ослабление, рассчитанное с учетом физической реализуемости, лежит в пределах

$$A - 20 \lg \nu_m^{-1} \leq A + 20 \lg \nu_M, \quad (4.63)$$

т. е. между 7,23 и 12,48 дБ. Полезно сопоставить полученные данные с результатами расчетов по формуле (4.13), в которой условия физической реализуемости не учитываются. Расчет по этой формуле при тех же исходных данных дает несколько большее значение максимальной погрешности рассогласования, а именно 2,86 дБ. При этом область, внутри которой лежат действительные ослабления A ,

ограничивается значениями 7,14 и 12,48 дб. Следует отметить, что значения погрешностей рассогласования, получаемые с помощью формул, учитывающих условие физической реализуемости, никогда не превышают соответствующих значений, рассчитываемых по приближенным формулам, в которых это условие не учитывается.

ЛИТЕРАТУРА

- 4.1. Pannenburg A. E. On the Scattering Matrix of Symmetrical Waveguide Junction. Philips Res. Rep., 1952, v. 7, № 2, Chap. 2, p. 143—157.
- 4.2. Beatty R. W. Mismatch Errors in the Measurement of Ultra-high Frequency and Microwave Variable Attenuators. Journ. Res. Nat. Bur. Stand., 1954, v. 52, № 1, p. 7—9.
- 4.3. Beatty R. W. and MacPherson A. C. Mismatch Errors in Microwave Power Measurements. PIRE, 1953, v. 41, № 9, p. 1112—1113.
- 4.4. Beatty R. W. Cascade-connected Attenuators. Journ. Res. Natl. Bur. Stand., 1950, v. 45, № 3, p. 231—235.
- 4.5. Schafer G. and Rumpfelt A. Mismatch Errors in Cascade-Connected Variable Attenuators. IRE Trans., 1959, v. MTT-7, № 4, p. 447—453.
- 4.6. Joula D. C. On Scattering Matrices Normalised to Complex Port Numbers. PIRE, 1961, v. 49, № 7, p. 1221.
- 4.7. Joula D. C. and Paterno P. M. Realisable Limits of Error for Dissipationless Attenuators in Mismatched Systems. IEEE Trans., 1964, v. MTT-12, № 3, p. 289—299.

ГЛАВА 5

ВОЛНОВЫЕ МАТРИЦЫ И ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ГРАФЫ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ. НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОСТОВЫХ УСТРОЙСТВ И НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ В ТЕХНИКЕ СВЧ

5.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Весьма важным является расчет мостовых устройств и направленных ответвителей по их заданным характеристикам.

Многие направленные ответвители представляют собой, по существу, каскадное включение составляющих их элементов — отрезков линий передачи, — связанных друг с другом через отверстия связи того или иного вида. Расчет характеристик таких ответвителей в общем случае удобно производить, используя матричное представление их отдельных элементов [5.1]. Точные результаты в этом случае могут быть получены также путем использования ориентированных графов.

Известны направленные ответвители и мосты, в которых используется один элемент связи — щелевые мосты, направленные ответвители с крестообразным отверстием связи и т. д. Свойства направленных ответвителей и мостов этого, а также ранее упоминавшегося типов удобно выражать с помощью волновых матриц или ориентированных графов.

В приложении приведены ориентированные графы и матрицы рассеяния идеального направленного ответвителя и идеального согласованного двойного тройника.

Подробные данные для ряда широко распространенных направленных ответвителей и мостов приведены

в [5.1]. Матрицы рассеяния фазового ответвителя и ответвителя с крестообразным отверстием связи приведены в конце настоящей главы.

Специфические свойства мостовых устройств и направленных ответвителей оказываются весьма полезными при решении ряда практических задач, связанных с передачей электромагнитных колебаний СВЧ, измерением характеристик различных элементов СВЧ тракта и т. д. В настоящей главе основное внимание уделяется рассмотрению работы мостовых устройств и направленных ответвителей в подобных случаях. При этом рассмотрение ограничивается случаями непосредственного использования одиночных мостовых устройств и направленных ответвителей различного типа. Более сложные устройства, например двухмостовая схема фазового циркулятора, балансные переключатели, дискретные фазовращатели и т. д., рассматриваются в последующих главах.

5.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТРАЖЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ ОБОБЩЕННОГО ВЗАИМНОГО ВОСЬМИПОЛЮСНИКА С РАССОГЛАСОВАННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Обобщенный восьмиполюсник (рис. 5.1,а) с подключенными к плечам (3) и (4) рассогласованными нагрузками представляет собой, по существу, четырехполюсник, характеристики которого определяются выражениями (2.32) и (2.33). В случае, когда этот четырехполюсник включен между рассогласованными генератором и нагрузкой, его коэффициент передачи определяется выражением (2.8). Пусть, например, требуется определить коэффициент передачи $T_{II,I}$ из плеча (1) в плечо (2) восьмиполюсника (рис. 5.1,а), тогда с учетом (2.32), (2.33) и (2.8) получим

$$T_{II,I} = \frac{\hat{S}_{12}}{(1 - \hat{S}_{11}\Gamma_r)(1 - \hat{S}_{22}\Gamma_n) - \hat{S}_{12}^2\Gamma_r\Gamma_n}. \quad (5.1)$$

Здесь

$$\hat{S}_{11} = S_{11} + \frac{S_{13}^2(1 - S_{44}\Gamma_4)\Gamma_3 + S_{14}^2(1 - S_{33}\Gamma_3)\Gamma_4 + 2S_{13}S_{14}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4}{N};$$

$$\hat{S}_{22} = S_{22} + \frac{S_{23}^2(1 - S_{44}\Gamma_4)\Gamma_3 + S_{24}^2(1 - S_{33}\Gamma_3)\Gamma_4 + 2S_{23}S_{24}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4}{N};$$

$$\hat{S}_{12} = S_{12} + \frac{S_{13}S_{23}(1 - S_{44}\Gamma_4)\Gamma_3 + S_{14}S_{24}(1 - S_{33}\Gamma_3)\Gamma_4 + (S_{13}S_{24} + S_{14}S_{23})S_{34}\Gamma_3\Gamma_4}{N},$$

$$N = (1 - S_{33}\Gamma_3)(1 - S_{44}\Gamma_4) - S_{34}^2\Gamma_3\Gamma_4.$$

В частном случае идеально согласованного генератора (см. задачу 5.1)

$$T_{II,I} = b_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \quad (5.2)$$

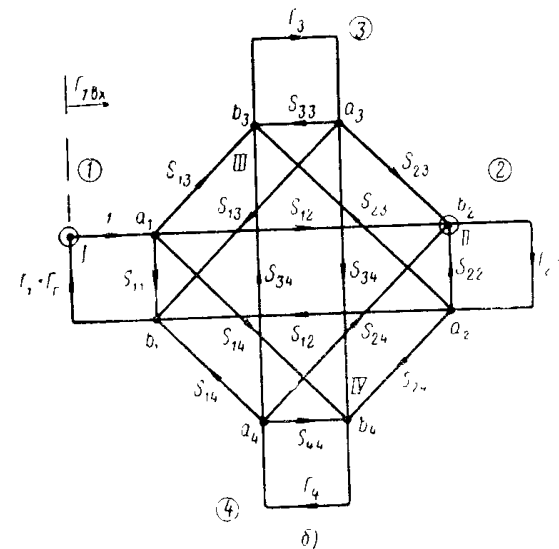
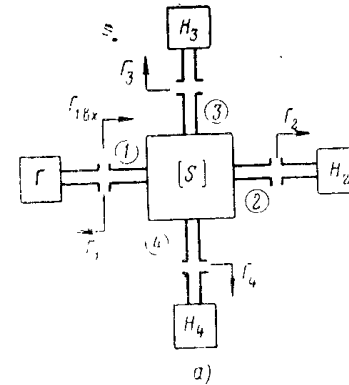


Рис. 5.1. Восьмиполюсник с подключенными к его плечам рассогласованными нагрузками:
а — собственно восьмиполюсник; б — ориентированный граф.

где

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -S_{12} & S_{23}\Gamma_3 & S_{24}\Gamma_4 \\ -S_{13} & S_{33}\Gamma_3 - 1 & S_{34}\Gamma_4 \\ -S_{14} & S_{34}\Gamma_3 & S_{44}\Gamma_4 - 1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} S_{22}\Gamma_2 - 1 & S_{23}\Gamma_3 & S_{24}\Gamma_4 \\ S_{23}\Gamma_2 & S_{33}\Gamma_3 - 1 & S_{34}\Gamma_4 \\ S_{24}\Gamma_2 & S_{34}\Gamma_3 & S_{44}\Gamma_4 - 1 \end{vmatrix}.$$

Кроме того,

$$T_{III,I} = b_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad (5.3)$$

$$T_{IV,I} = b_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta}, \quad (5.4)$$

где

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} S_{22}\Gamma_2 - 1 & -S_{12} & S_{24}\Gamma_4 \\ S_{23}\Gamma_2 & -S_{13} & S_{34}\Gamma_4 \\ S_{24}\Gamma_2 & -S_{14} & S_{44}\Gamma_4 - 1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} S_{22}\Gamma_2 - 1 & S_{23}\Gamma_3 & -S_{12} \\ S_{23}\Gamma_2 & S_{33}\Gamma_3 - 1 & -S_{13} \\ S_{24}\Gamma_2 & S_{34}\Gamma_3 & -S_{14} \end{vmatrix}.$$

Коэффициент отражения на входе плеча (1) восьмиполосника не зависит от согласования генератора. В обоих случаях он равен

$$\Gamma_{1БХ} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}\Delta_2\Gamma_2 + S_{13}\Delta_3\Gamma_3 + S_{14}\Delta_4\Gamma_4}{N}. \quad (5.5)$$

5.3. БАЛАНСНЫЙ МОСТ СВЧ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ (ПОЛНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ)

Балансный мост СВЧ является одним из наиболее точных устройств, используемых для измерения коэффициентов отражения (полных сопротивлений) на СВЧ. При измерении испытуемое устройство подключается к одному из боковых плеч моста, например к плечу (3), согласованного двойного тройника, показанного на рис. 5.2; к другому плечу (4) подключается образцовая переменная калиброванная нагрузка СВЧ с отдельной регулировкой модуля и фазы коэффициента отражения. При измерениях переменная нагрузка регулируется таким образом, чтобы показания индикатора D , включенного в плечо (2) моста, стали равными нулю. Значе-

ние модуля и коэффициента отражения испытуемого устройства считаются непосредственно с соответствующих шкал образцовой нагрузки.

Такой метод измерений основан на предположении о том, что при нулевых показаниях индикатора коэффициенты отражения испытуемой и образцовой нагрузок равны друг другу. На практике это предположение не выполняется точно, поскольку используемые при измерениях мостовые устройства не являются идеальными. Пренебрегая несовершенством образцовой нагрузки и индикатора, рассмотрим более подробно погрешности измерений, обусловленные неидеальностью самого моста, полагая, что в качестве последнего

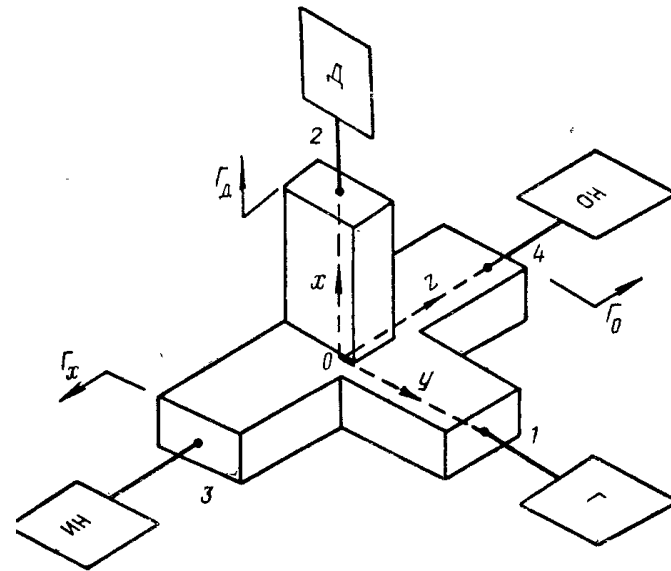


Рис. 5.2. Схема балансного моста для измерения коэффициента отражения устройств СВЧ:

Γ — генератор; D — детектор; $ОН$ — переменная калиброванная образцовая нагрузка; $ИИ$ — испытуемая нагрузка.

используется согласованный двойной тройник (рис. 5.2). Пусть индикатор идеально согласован, тогда из (2.33) можно получить следующее выражение, устанавливающее зависимость между комплексной амплитудой сигнала в индикаторном плече b_2 и коэффициентами отражения от испытуемой Γ_x и образцовой Γ_o нагрузок в случае, когда двойной тройник не является идеально симметричным и полностью согласованным:

$$b_2 = S_{12} + \frac{1}{N} [S_{13}S_{23}\Gamma_x + S_{14}S_{24}\Gamma_o + (S_{14}S_{23}S_{34} + S_{13}S_{24}S_{34}) - (S_{13}S_{23}S_{44} - S_{14}S_{24}S_{33}) \Gamma_x \Gamma_o], \quad (5.6)$$

где

$$N = (1 - S_{33}\Gamma_x)(1 - S_{44}\Gamma_o) - S_{34}^2\Gamma_x\Gamma_o.$$

Если мост симметричен, т. е.

$$S_{33}=S_{44}; S_{13}=S_{14}; S_{24}=-S_{23}; S_{12}=0,$$

уравнение (5.6) упрощается и принимает вид

$$b_2 = -\frac{S_{13}S_{23}(\Gamma_0 - \Gamma_x)}{N}. \quad (5.7)$$

Одной из основных погрешностей балансного моста является погрешность, обусловленная непосредственной связью между плечами (1) и (2) в неидеальном мосту $-\delta|\Gamma_x|$. Оценку этой погрешности можно сделать, используя приближенное равенство

$$\delta_1 |\Gamma_x|_{\max} \approx \frac{2|S_{12}| \left(\frac{1}{\Gamma_x} + 2|S_{44}| + |S_{44}|^2 \Gamma_x \right)}{\sqrt{(1-|S_{11}|^2)(1-|S_{22}|^2)}}, \quad (5.8)$$

получаемое непосредственно из (5.6) при учете унитарности матрицы рассеяния моста. Здесь $\delta_1 |\Gamma_x|_{\max}$ — максимально возможное значение погрешности. Эта погрешность возрастает при уменьшении модуля измеряемого коэффициента отражения.

Неравенство деления мощности между плечами (3) и (4) при подаче сигнала в плечо (1) также может явиться причиной погрешности измерений. Используя выражение (5.6) с учетом унитарности матрицы рассеяния моста, можно получить следующее приближенное выражение для оценки этой погрешности:

$$\delta_2 |\Gamma_x| \approx \sqrt{\epsilon^2 + 2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}}, \quad (5.9)$$

где

$$\epsilon = |S_{13}| - \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\gamma = \varphi_{13} - \varphi_{14}.$$

Отражения от боковых плеч двойного тройника являются еще одним источником погрешностей измерения. Полагая, что к образцовому плечу (4) и измерительному плечу (3) моста подключены одинаковые нагрузки, и пренебрегая многократными отражениями от этих нагрузок, с помощью (5.6) можно получить следующее выражение для погрешности измерения модуля коэффициента отражения в этом случае:

$$\delta_3 |\Gamma_x| \approx \frac{\sqrt{|S_{33}|^2 - 2|S_{33}||S_{44}|\cos \zeta + |S_{44}|^2}}{2}, \quad (5.10)$$

где

$$\zeta = \varphi_{44} - \varphi_{33}.$$

Очевидно, что погрешности измерений в случае, когда мост можно считать идеальным, равны непосредственно погрешностям калибровки образцовой нагрузки. Расчет этих погрешностей целесообразно провести при рассмотрении конкретных типов образцовых нагрузок.

120

5.4. РАЗБАЛАНСНЫЙ МОСТ СВЧ

Согласованный двойной тройник можно использовать и в качестве разбалансного моста для измерения модуля коэффициента отражения [5.2]. Как и в случае балансного моста, генератор можно подключать не только к плечу (1), но и к плечу (2). Предположим, сначала, что генератор подключен к плечу (1). В этом случае между амплитудой сигнала, поступающего на детектор (плечо 2), и модулем коэффициента отражения испытываемого устройства существует определенная зависимость. Чтобы определить ее, воспользуемся выражением (5.7), полученным в предположении, что генератор и детектор идеально согласованы, а мост — симметричен. Если образцовая нагрузка также идеально согласована ($\Gamma_0=0$), то уравнение (5.7) упрощается, принимая вид

$$|b_2| \approx \frac{|S_{13}||S_{23}||\Gamma_x|}{|1-S_{33}\Gamma_x|}. \quad (5.11)$$

Так как матрица рассеяния тройника унитарна, то

$$|S_{13}|^2 + |-S_{13}|^2 + |S_{11}|^2 = 1,$$

$$|S_{23}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{22}|^2 = 1,$$

откуда

$$|S_{13}| = \sqrt{\frac{1-|S_{11}|^2}{2}},$$

$$|S_{23}| = \sqrt{\frac{1-|S_{22}|^2}{2}}.$$

Подставляя эти значения в (5.11), получим экстремальные значения мощности сигнала, поступающего на детектор:

$$P = \frac{1}{4} (1-|S_{11}|^2)(1-|S_{22}|^2) \frac{|\Gamma_x|^2}{1 \pm |S_{33}\Gamma_x|^2}. \quad (5.12)$$

Поскольку $|S_{11}|^2 \ll 1$, $|S_{22}|^2 \ll 1$ и $|S_{33}\Gamma_x|^2 \ll 1$, в первом приближении можно считать, что мощность, поступающая на детектор, пропорциональна квадрату модуля измеряемого коэффициента отражения Γ_x , т. е.

$$P = \frac{|\Gamma_x|^2}{4}. \quad (5.13)$$

Используя (5.13), можно записать

$$A_{12} = 10 \lg P = 20 \lg |\Gamma_x| - 6\delta\delta = 20 \lg \frac{r_x - 1}{r_x + 1} - 6\delta\delta; \quad (5.14)$$

где r_x — КСВН испытываемой нагрузки.

Из (5.14) следует, что измерение КСВН можно свести к относительным измерениям мощности, т. е. измерению ослабления между плечами (1) и (2). Зависимость между ослаблением, вносимым мостом A_{12} и КСВН испытываемой нагрузки, соответствующая выражению (5.14), изображена на рис. 5.3. Член $|S_{33}\Gamma_x|^2$ в выражении

(5.12), обусловленный взаимными отражениями в измерительном плече, связан с так называемой фазовой погрешностью моста. Так как КСВН боковых плеч двойного тройника обычно заметно отличается от единицы, эта погрешность не является пренебрежимо малой. Пусть, например, КСВН измерительного плеча (3) (рис. 5.2) равен 1,1, тогда при измерении устройства с КСВН=2 фазовая погрешность будет лежать в пределах $\pm 2,5\%$. Из (5.13) видно, что фазовая погрешность возрастает при увеличении модуля измеряемого коэффициента отражения.

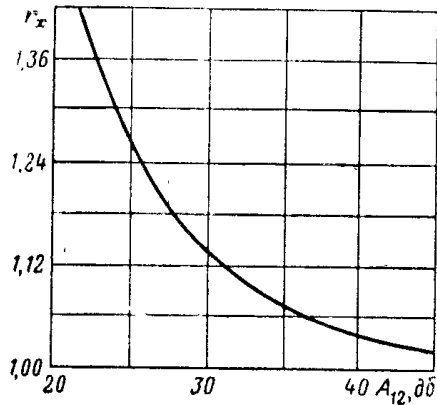


Рис. 5.3. Зависимость КСВН испытуемой нагрузки от переходного ослабления, вносимого идеальным мостом.

На практике образцовая нагрузка не является идеально согласованной, что также приводит к погрешности измерений. Оценку этой погрешности можно сделать, положив в выражении (5.7) $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{34} = 0$.

При этом получим

$$b_2 = -\frac{\Gamma_0 - \Gamma_x}{2}.$$

Отсюда следует, что максимальное и минимальное значения мощности, поступающей на детектор, в этом случае будут равны

$$P_{\text{макс}} = \frac{(|\Gamma_0| + |\Gamma_x|)^2}{4}, \quad (5.15)$$

Можно показать, что при условии

$$|\Gamma_x| |\Gamma_0| \ll 1,$$

значения КСВН, получаемые при измерениях, лежат в пределах между $r_x r_0$ и r_x / r_0 , где r_0 — КСВН образцовой нагрузки.

Из (5.15) видно, что максимальное влияние отражений от образцовой нагрузки на показания выходного прибора, а следова-

тельно, и максимальная погрешность будут иметь место при измерении малых коэффициентов отражения.

Следует отметить, что как фазовая погрешность, так и погрешность за счет отражений от образцовой нагрузки могут возрасти, если генератор и детектор рассогласованы. Расчет погрешностей в этом случае значительно усложняется и становится целесообразным введение упрощающих допущений. В качестве примера сделаем оценку погрешностей для случая идеально симметричного моста, возбуждаемого через плечо (2). Предположим, что образцовая нагрузка, включенная в плечо (4), хорошо согласована ($\text{КСВН} \approx 1,05$), а КСВН плеч моста и подключенных к нему элементов не превышает $1,5 \div 2$.

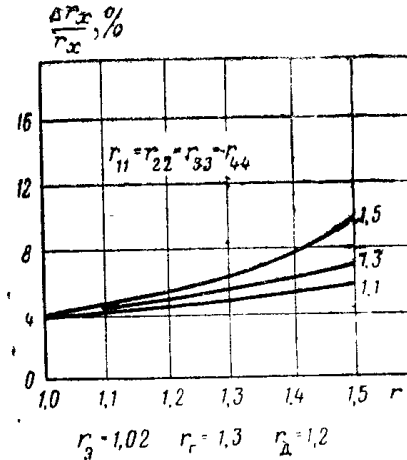


Рис. 5.4. Зависимость относительной погрешности измерения КСВН от его величины.

В качестве параметра берется КСВН плеч моста, причем $r_{11} = r_{22} = r_{33} = r_{44}$.

Тогда можно записать

$$b_1 \approx \frac{S_{23} S_{13} (1 - S_{22} \Gamma_r) (\Gamma_x - \Gamma_0)}{1 - S_{11} \Gamma_d - 2 S_{22} \Gamma_r - (S_{13}^2 \Gamma_d + S_{23}^2 \Gamma_r + S_{33}) \Gamma_x}. \quad (5.16)$$

Используя (5.16), можно рассчитать максимально возможные значения погрешностей измерения КСВН нагрузки, подключенной к плечу (3). Результаты расчета показаны на рис. 5.4 и 5.5.

5.5. РЕФЛЕКТОМЕТР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МОДУЛЯ И ФАЗЫ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ

Рассмотрим принцип действия рефлектометра, показанного на рис. 5.6,а [5.3]. Если ко вторичному плечу (2) направленного ответвителя подключить перемещаемый

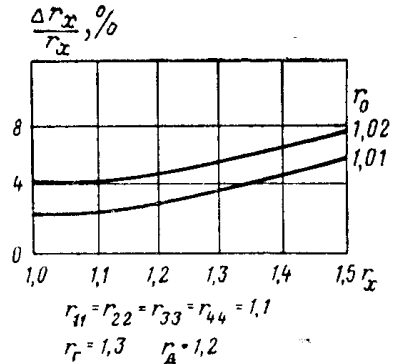


Рис. 5.5. Зависимость относительной погрешности измерения КСВН от его величины.

В качестве параметра берется КСВН образцовой нагрузки.

короткозамыкающий поршень, а к другому плечу (4) — согласованный детектор, то такое устройство можно использовать для измерения модуля и фазы коэффициента отражения нагрузки Γ_x , подключаемой к первич-

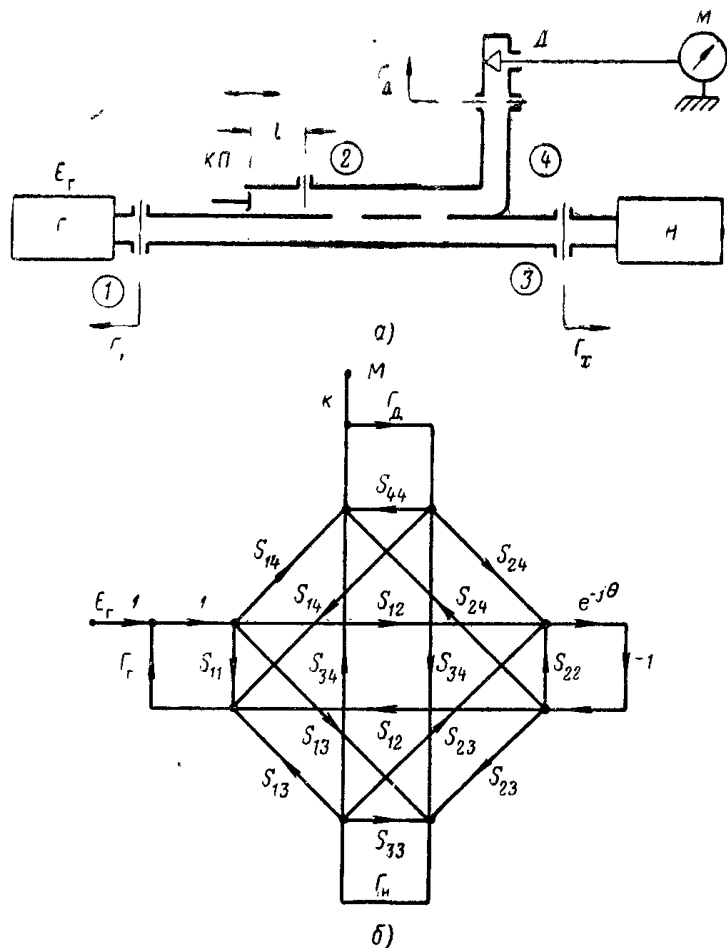


Рис. 5.6. Рефлектометр с передвижным короткозамыкающим поршнем для измерения модуля и фазы коэффициента отражения:
 а — собственно рефлектометр; Г — генератор; КП — короткозамыкающий поршень; Д — детектор; М — стрелочный прибор; Н — испытуемая нагрузка;
 б — ориентированный граф рефлектометра.

ному плечу (3). Действительно, при перемещении короткозамыкающего поршня фаза волны, отраженной от нагрузки и прошедшей в плечо (4), будет изменяться относительно фазы волны, прошедшей непосредственно

из плеча (1) в плечо (4), вследствие чего и показание прибора М будет периодически изменяться между максимальным и минимальным. Положение поршня, соответствующее минимуму (или максимуму), при этом будет полностью определять фазу Γ_x . Чем больше модуль Γ_x , тем больше отношение максимума к минимуму. Это отношение практически равно КСВН испытуемой нагрузки. Последнее обстоятельство позволяет достаточно просто определять модуль Γ_x .

Чтобы более ясно представить себе работу рефлектометра и учесть некоторые наиболее существенные источники его погрешностей, определим зависимость показаний прибора М от положения короткозамыкающего поршня (электрической длины $\theta = \beta l$), а также от модуля $|\Gamma_x|$ и фазы φ_x коэффициента отражения исследуемой нагрузки с учетом отражения от элементов рефлектометра и неидеальной направленности входящего в него направленного ответвителя. При этом предположим, что короткозамыкающий поршень является идеальным.

Связь между падающими и отраженными волнами в схеме рефлектометра выражается ориентированным графом рис. 5.6, б. Искомую зависимость М от l можно найти путем непосредственного решения этого графа. В неявном виде ее можно, однако, записать сразу, используя полученные ранее выражения. Она имеет вид

$$M = k E_r T_{IV, I} \quad (5.17)$$

где $T_{IV, I}$ определяется выражением (5.1), в котором произведена взаимная замена индексов 2 и 4; при условии, что

$$\Gamma_2 = -e^{-j2\theta}; \quad \Gamma_3 = \Gamma_x; \quad \theta = \beta l.$$

Обычно коэффициенты S_{11} , S_{22} , S_{23} , S_{44} , S_{12} и S_{34} значительно меньше единицы и в выражении (5.17) можно пренебречь слагаемыми, в которые эти коэффициенты входят сомножителями два и более раз.

Выражение (5.17) может быть использовано при анализе работы рефлектометра. С его помощью можно, например, установить зависимость основных характеристик от степени согласования тех или иных элементов, рассчитать соответствующие погрешности и т. д. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Предположим сначала, что исправленный ответитель хорошо согласован, а его переходное ослабление достаточно велико и поэтому можно считать, что

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0; \quad S_{13} = S_{24} = 1.$$

Пусть, кроме того, генератор согласован и, следовательно, $\Gamma_r = 0$. При этом из (5.17) получим

$$\frac{M}{kE_r} = \frac{S_{14} + \Gamma_x (S_{34} - S_{23} e^{-j2\theta}) - S_{12} e^{-j2\theta}}{1 + \Gamma_d e^{-j2\theta}}. \quad (5.18)$$

Далее пусть

$$S_{23} = S_{14}; \quad S_{34} = S_{12}.$$

Тогда

$$\frac{M}{kE_r} = \frac{S_{14} (1 - \Gamma_x e^{-j2\beta l}) + S_{12} (\Gamma_x - e^{-j2\beta l})}{1 + \Gamma_d e^{-j2\beta l}}. \quad (5.19)$$

Полагая затем, что направленный ответитель обладает идеальной направленностью ($S_{12} = 0$), а детектор согласован ($\Gamma_d = 0$), для квадрата амплитуды сигнала на детекторе получим

$$\left| \frac{M}{kE_r} \right|^2 = S_{14}^2 [1 - |\Gamma_x| \cos(\varphi_x - 2\beta l)]^2. \quad (5.20)$$

При этом отношение максимального показания квадратичного детектора к минимальному будет равно

$$\left(\frac{1 + |\Gamma_x|}{1 - |\Gamma_x|} \right)^2 = r_x^2,$$

где r_x — КСВН исследуемой нагрузки.

Чтобы рассчитать погрешность измерения КСВН, обусловленную, например, отражениями от детектора и неидеальной направленностью ответителя, необходимо найти квадрат отношения амплитуд максимального и минимального сигналов на детекторе, определяемого в данном частном случае уравнением (5.20). Для этого сначала можно найти квадрат модуля M/kE_r , а затем определить его экстремальные значения, соответствующие двум значениям βl . В результате таких пре-

образований получим

$$\left| \frac{M_{\max}}{M_{\min}} \right|^2 = \frac{1 + \frac{2(BR + CN)}{K\sqrt{R^2 + N^2 - D^2}}}{1 - \frac{2(BR + CN)}{K\sqrt{R^2 + N^2 - D^2}}} \times \frac{1 + \frac{2|\Gamma_d|}{1 + |\Gamma_d|^2} \frac{R \cos \varphi_d + N \sin \varphi_d}{\sqrt{R^2 + N^2 - D^2}}}{1 - \frac{2|\Gamma_d|}{1 + |\Gamma_d|^2} \frac{R \cos \varphi_d + N \sin \varphi_d}{\sqrt{R^2 + N^2 - D^2}}}, \quad (5.21)$$

где

$$K = 1 + |\Gamma_x|^2 + A^2 + |\Gamma_x|^2 A^2 + 4|\Gamma_x| A \cos \varphi_x \cos \alpha;$$

$$B = |\Gamma_x| (1 + A^2) \cos \varphi_x + A (1 + |\Gamma_x|^2) \cos \alpha;$$

$$C = |\Gamma_x| (1 - A^2) \sin \varphi_x + A (1 - |\Gamma_x|^2) \sin \alpha;$$

$$A = \left| \frac{S_{12}}{S_{14}} \right|; \quad \alpha = \varphi_{12} - \varphi_{14};$$

$$R = B (1 + |\Gamma_d|^2) + K |\Gamma_d| \cos \varphi_d;$$

$$D = 2 |\Gamma_d| (B \sin \varphi_d - C \cos \varphi_d);$$

$$N = C (1 + |\Gamma_d|^2) + K |\Gamma_d| \sin \varphi_d.$$

Здесь

$|\Gamma_d|$, $|\Gamma_x|$, $|S_{12}|$, $|S_{14}|$ — модули, а φ_d , φ_x , φ_{12} , φ_{14} — фазовые углы величин Γ_d , Γ_x , S_{12} и S_{14} соответственно.

Наибольшее отклонение величины $\left| \frac{M_{\max}}{M_{\min}} \right|$, определяемой

по формуле (5.21), от истинного значения КСВН испытуемой нагрузки, а следовательно, и максимальная погрешность измерений будет при $\varphi_x = \alpha = \varphi_d = 0$. В этом случае

$$\frac{M_{\max}}{M_{\min}} \frac{1 + |\Gamma_x|}{1 - |\Gamma_x|} \frac{1 + A}{1 - A} \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = r_x r_{\text{отв}} r_d, \quad (5.22)$$

где r_x — измеряемый КСВН;

r_d — КСВН детектора;

$r_{\text{отв}}$ — обусловленный конечной направленностью КСВН направленного ответителя, измеряемый при согласованной нагрузке в основном волноводе и согласованном детекторе.

Следовательно, максимально возможная погрешность измерения КСВН при сделанных выше допущениях бу-

дет равна

$$\delta r_{\text{макс}} = \frac{r_{\text{отв}}' r_{\text{д}} - r_x}{r_x} 100\% = (r_{\text{отв}}' r_{\text{д}} - 1) 100\%. \quad (5.23)$$

Используя выражение (5.19), можно рассчитать погрешность измерения фазы коэффициента отражения. Для $\Gamma_{\text{д}}$, в частности, она определяется выражением

$$\delta \varphi_x = \left\{ \frac{\arccos \frac{|\Gamma_x| (1 + A^2)}{\sqrt{[1 + 2A |\Gamma_x| \cos(\varphi_x + \alpha) + A^2] |\Gamma_x|^2 + [1 + 2A |\Gamma_x| \cos(\varphi_x - \alpha) + A^2]}}}{\varphi_x} \right\} \times 100\%. \quad (5.24)$$

При $A \ll \Gamma_x$ погрешность максимальна

$$\delta \varphi_{\text{макс}} \approx \left(\frac{\arccos \left[\left(1 + \frac{A}{|\Gamma_x|} \right) \cos \varphi_x + \frac{A}{|\Gamma_x|} \right]}{\varphi_x} - 1 \right) 100\%. \quad (5.25)$$

Чтобы лучше представить себе работу рефлектометра и оценить величину погрешности, обусловленной его принципом действия, предположим, что генератор и детектор согласованы ($\Gamma_r = \Gamma_{\text{д}} = 0$), а направленный ответитель идеальный ($S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{12} = S_{34} = 0$; $|S_{14}| = |S_{23}|$ и $|S_{13}| = |S_{24}|$). В отличие от предыдущего случая не будем вводить каких-либо ограничений в отношении переходного ослабления ответителя. Другими словами, будем считать, что S_{14} и S_{23} могут быть любыми комплексными величинами, меньшими единицы по модулю.

При сделанных допущениях из (5.17) получим

$$M = \frac{k E_r S_{14} [1 - |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 e^{j(\varphi_{13} - \varphi_{14} + \varphi_{23} + \varphi_{24})} - |S_{14}|^2 e^{j2\varphi_{23}}) e^{j(\varphi_x - 2\theta)}]}{1 + |\Gamma_x| |S_{14}|^2 e^{j(2\varphi_{23} + \varphi_x - 2\theta)}}. \quad (5.26)$$

Здесь φ_{13} , φ_{14} , φ_{23} и φ_{24} — фазовые углы коэффициентов S_{13} , S_{14} , S_{23} и S_{24} соответственно. При измерениях, выполняемых с помощью рефлектометра, предполагается, что отношение модуля максимального значения M , $|M|_{\text{макс}}$, получаемого при определенном значении l , к его минимальному значению, $|M|_{\text{мин}}$, соответствующему другому l , равно КСВН. Следует учитывать, однако, что фазовые углы коэффициентов S_{13} , S_{14} , S_{23} и S_{24} могут быть какими угодно, так как длина каждого из четырех плеч направленного ответителя в общем случае может быть любой. Модули этих коэффициентов на практике также могут изменяться и, следовательно, величина отношения $|M|_{\text{макс}}/|M|_{\text{мин}}$ в зависимости от модулей и фаз коэффициентов S_{13} ,

S_{14} , S_{23} и S_{24} также может изменяться в некоторых пределах. Эти изменения являются причиной погрешности рефлектометра, обусловленной его принципом действия. Чтобы определить предельные значения этой погрешности, введем обозначения:

$$\begin{aligned} |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 e^{j(\varphi_{13} - \varphi_{14} + \varphi_{23} + \varphi_{24})} + |S_{14}|^2 e^{j2\varphi_{23}}) &= \bar{A}; \\ |\Gamma_x| |S_{14}|^2 e^{j2\varphi_{23}} &= \bar{B}; \\ \varphi_x - 2\theta &= x. \end{aligned}$$

Приебрегая множителем $k E_r S_{14}$, перепишем (5.26) в следующем виде:

$$M = \frac{1 + \bar{A} e^{-j(x+\pi)}}{1 + \bar{B} e^{-jx}}. \quad (5.27)$$

Очевидно, что задача теперь сводится к определению пределов изменения отношения $|M|_{\text{макс}}/|M|_{\text{мин}}$ при изменении:

- фаз \bar{A} и \bar{B} в любых пределах;
- модуля \bar{A} в пределах

$$|\Gamma_x| (|S_{13}|^2 - |S_{14}|^2) < |\bar{A}| < |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2).$$

Эту задачу проще всего решить путем построения векторных диаграмм.

Предположим сначала, что изменяются только фазы, тогда числитель и знаменатель выражения (5.27) можно представить в виде соответствующих векторов: (\bar{C}) и $(\bar{3})$ на рис. 5.7. При увеличении l векторы \bar{A} и \bar{B} , также показанные на этом рисунке, вращаются с одинаковой скоростью по часовой стрелке, а их концы, так же как и концы результирующих векторов (\bar{C}) и $(\bar{3})$ — перемещаются по окружностям (I) и (II) соответственно.

При постоянных значениях \bar{A} и \bar{B} отношение

$$\left(\frac{|\bar{C}|}{|\bar{3}|} \right)_{\text{макс}} = \left| \frac{\bar{C}}{\bar{3}} \right|_{\text{макс}} = |M|_{\text{макс}},$$

соответствующее определенному значению l , максимально, когда векторы \bar{A} и \bar{B} находятся в противофазе. В этом случае

$$|M|_{\text{макс}} = \frac{1 + |\bar{A}'|}{1 - |\bar{B}'|} = \frac{1 + |\bar{A}|}{1 - |\bar{B}|}$$

(см. рис. 5.8, а).

При этом же условии при другом l

$$\left(\frac{|\bar{C}|}{|\bar{3}|} \right)_{\text{мин}} = \left| \frac{\bar{C}}{\bar{3}} \right|_{\text{мин}} = |M|_{\text{мин}} = \frac{1 - |\bar{A}|}{1 + |\bar{B}|}$$

(см. рис. 5.8, б) и поэтому отношение

$$\frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}} = \frac{1 + |\bar{A}|}{1 - |\bar{B}|} \cdot \frac{1 + |\bar{B}|}{1 + |\bar{A}|},$$

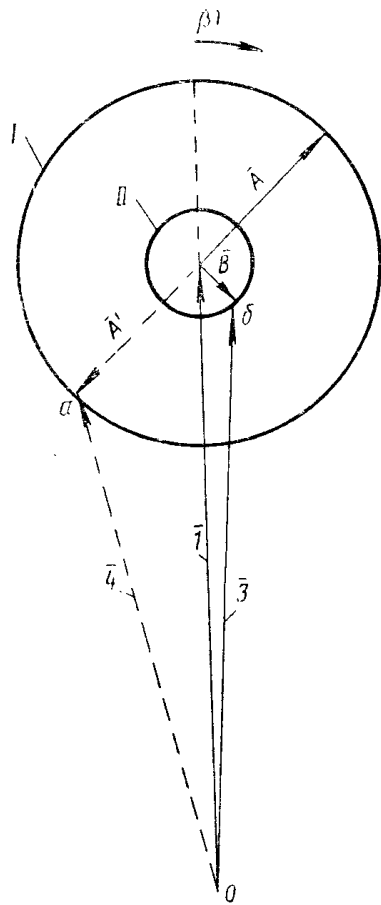


Рис. 5.7. Векторная диаграмма для числителя и знаменателя дроби

$$M = \frac{1 + \bar{A}e^{-j(x+\pi)}}{1 + \bar{B}e^{-jx}}$$

а также и значение КСВН, измеряемое рефлектометром, в данном случае будут **максимальными**.

В другом крайнем случае при совпадении фаз векторов \bar{A}' и \bar{B} отношение

$$\left(\left| \frac{\bar{C}}{\bar{3}} \right| \right)_{\text{макс}} = \frac{1 + |\bar{A}|}{1 + |\bar{B}|} = |M|_{\text{макс}}$$

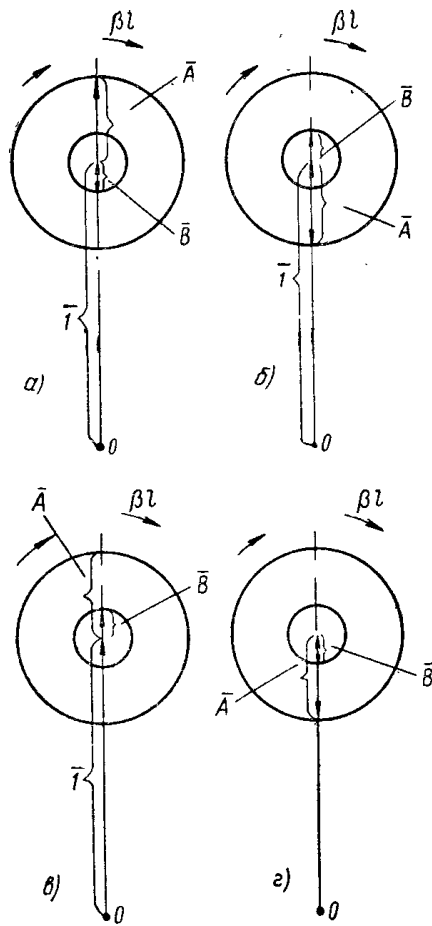


Рис. 5.8. Векторные диаграммы для числителя и знаменателя величины M , соответствующие ее экстремальным значениям.

будет минимальным (см. рис. 5.8, в), а отношение

$$\left(\left| \frac{\bar{C}}{\bar{3}} \right| \right)_{\text{мин}} = \frac{1 - |\bar{A}|}{1 - |\bar{B}|} = |M|_{\text{мин}} \quad (\text{см. рис. 5.8, г})$$

максимальным. Следовательно, в этом случае отношение

$$\frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}} = \frac{1 + |\bar{A}|}{1 + |\bar{B}|} \cdot \frac{1 - |\bar{B}|}{1 - |\bar{A}|}$$

будет минимальным.

В общем случае, когда разность фаз векторов \bar{A}' и \bar{B} не равна $0, \pi$ и т. д., $|M|_{\text{макс}}$ и $|M|_{\text{мин}}$ будут иметь некоторые промежуточные значения. При этом изменение разности фаз между векторами \bar{A}' и \bar{B} проявляется таким образом, что чем больше удалены друг от друга концы этих векторов, тем больше значение $|M|_{\text{макс}}$ и меньше $|M|_{\text{мин}}$.

Далее необходимо учесть изменение модуля вектора \bar{A} . Очевидно, что $|M|_{\text{макс}}$ будет максимальным, а $|M|_{\text{мин}}$ минимальным при

$$|\bar{A}| = |\bar{A}|_{\text{макс}} = |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2),$$

т. е. опять-таки в том случае, когда концы векторов \bar{A}' и \bar{B} максимально удалены друг от друга.

Наоборот, значение $|M|_{\text{макс}}$ минимально, а $|M|_{\text{мин}}$ максимально при

$$|\bar{A}| = |\bar{A}|_{\text{мин}} = |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 - |S_{14}|^2).$$

Из сказанного выше следует, что отношение $|M|_{\text{макс}}/|M|_{\text{мин}}$ при изменении модулей и фаз коэффициентов S_{13}, S_{14}, S_{23} и S_{24} будет изменяться в следующих пределах:

$$\frac{(1 + |\bar{A}|_{\text{макс}})(1 + |\bar{B}|)}{(1 - |\bar{A}|_{\text{макс}})(1 - |\bar{B}|)} \geq \frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}} \geq \frac{(1 + |\bar{A}|_{\text{мин}})(1 - |\bar{B}|)}{(1 - |\bar{A}|_{\text{мин}})(1 + |\bar{B}|)}$$

или, если учесть, что $|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1$, в пределах

$$\begin{aligned} \frac{1 + |\Gamma_x|}{1 - |\Gamma_x|} \frac{1 + |\Gamma_x| |S_{14}|^2}{1 - |\Gamma_x| |S_{14}|^2} &\geq \frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}} \geq \\ &\geq \frac{1 + |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 - |S_{14}|^2)}{1 - |\Gamma_x| (|S_{13}|^2 - |S_{14}|^2)} \frac{1 - |\Gamma_x| |S_{14}|^2}{1 + |\Gamma_x| |S_{14}|^2}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Из (5.28) следует, что относительная погрешность измерения КСВН

рефлектометром, обусловленная его принципом действия δ , лежит в пределах между

$$\left. \begin{aligned} \delta' &= \frac{2|\Gamma_x||S_{14}|^2}{1-|\Gamma_x||S_{14}|^2} \text{ и} \\ \delta'' &= \frac{1+|\Gamma_x|(|S_{13}|^2-|S_{14}|^2)}{1-|\Gamma_x|(|S_{13}|^2-|S_{14}|^2)} \frac{1-|\Gamma_x||S_{14}|^2}{1+|\Gamma_x||S_{14}|^2} - 1 \end{aligned} \right\} (5.29)$$

Полученные выше пределы изменения отношения $\frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}}$ и соответствующие им погрешности δ являются предельными, т. е. ограничивающими области возможных значений $\frac{|M|_{\text{макс}}}{|M|_{\text{мин}}}$ и δ .

Для различных конкретных рефлектометров эти области будут более узкими. Для их определения необходимо построение векторных диаграмм общего вида, подобных диаграмме, представленной на рис. 5.7, с использованием конкретных значений S_{13} , S_{14} , S_{23} и S_{24} и выполнением анализа, подобно приведенному выше.

5.6. РЕФЛЕКТОМЕТР С ДВУМЯ НАПРАВЛЕННЫМИ ОТВЕТВИТЕЛЯМИ

На рис. 5.9 показан обычный рефлектометр с двумя направленными ответвителями. В случае, когда направленные ответвители *НО-I* и *НО-II* идеальны и идентичны,

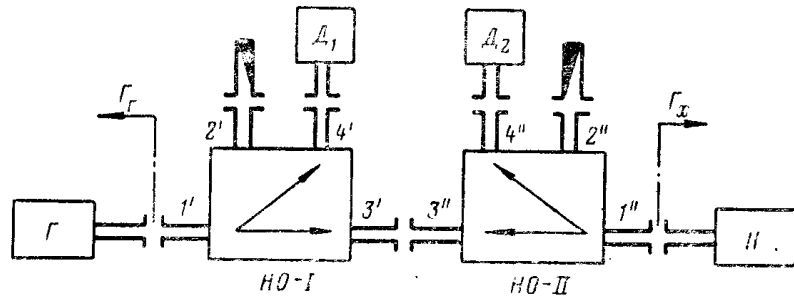


Рис. 5.9. Схема рефлектометра на двух направленных ответвителях, собственные нагрузки которых идеально согласованы:
 Γ — генератор; *НО-I* и *НО-II* — направленные ответвители падающей и отраженной волн соответственно; D_1 и D_2 — детекторы; N — испытуемая нагрузка.

ны, а детекторы D_1 и D_2 линейные и имеют одинаковую чувствительность, модуль коэффициента отражения испытуемой нагрузки $|\Gamma_x|$ равен отношению сигналов,

снимаемых с детекторов D_1 и D_2 . Если направленность ответвителей не является бесконечной, возникают погрешности измерений.

Полезно сопоставить степень влияния направленности D_1 и D_2 ответвителей *НО-I* и *НО-II* на отношение показаний индикаторов отраженной волны D_2 и падающей волны D_1 . Обозначим показания первого из них через M_2 , а второго через M_1 . Тогда полагая, что направленные ответвители, а также подключенные к ним детекторы и нагрузки (кроме измеряемой) идеально согласованы, получим следующие выражения (см. задачу 5.2):

$$\frac{\partial \left(\frac{M_2}{M_1} \right)}{\partial (d_1)} = - \frac{(d_2 + \Gamma_x) \Gamma_x}{(1 - \Gamma_x d_1)^2}; \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{M_2}{M_1} \right)}{\partial (d_2)} = \frac{1}{1 + d_1 \Gamma_x}. \quad (5.31)$$

Здесь

$$d_{1,2} = \frac{(S_{24})_{1,2}}{(S_{14})_{1,2}} = \frac{1}{D_{1,2}};$$

Индексы 1 и 2 относятся соответственно к ответвителям *НО-I* и *НО-II*.

Из выражений (5.30) и (5.31) видно, что при малых Γ_x влияние изменения направленности ответвителя *НО-II* на отношение M_2/M_1 значительно больше, чем изменение направленности ответвителя *НО-I*.

5.7. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ И ДВОЙНЫХ ТРОЙНИКОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫХ АТТЕНУАТОРАХ И МОДУЛЯТОРАХ НА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДАХ

Блок-схема аттенюатора на двух диодах с использованием направленного ответвителя (*НО*) показана на рис. 5.10. Сигнал, подаваемый в плечо (1), делится поровну между плечами (3) и (4). К последним подключены полупроводниковые диоды D_1 и D_2 , например *pin*-диоды. В зависимости от величины подаваемого на них напряжения смещения, коэффициенты отражения этих диодов Γ_3 и Γ_4 изменяются в широких пределах. Вследствие этого изменяется коэффициент передачи

устройства S_{12} , а следовательно, и амплитуда волны в плече (2). Предположим, что в аттенуаторе используется 3-дб направленный ответвитель $\pi/2$ -типа без потерь с идеальным согласованием и направленностью. Тогда для коэффициентов матрицы рассеяния направленного ответвителя справедливо

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{12} = S_{34} = 0.$$

Пусть, кроме того, генератор и нагрузка плеча (2) со-

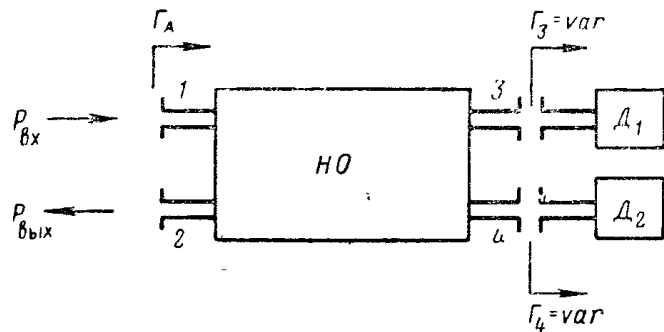


Рис. 5.10. Аттенуатор на двух полупроводниковых диодах с использованием 3-дб направленного ответвителя.

гласованы. Тогда коэффициент отражения на входе аттенуатора (1) в соответствии с (2.32) будет равен

$$\Gamma_A = S_{13}^2 \Gamma_3 + S_{14}^2 \Gamma_4.$$

Если коэффициенты отражения обоих детекторов равны $\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma$, то

$$\Gamma_A = \Gamma \frac{S_{13}^2 + S_{14}^2}{|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2}.$$

Пусть $S_{13} = |S_{13}|$, тогда $S_{14} = j|S_{14}|$ и

$$\Gamma_A = \Gamma \frac{1 - \zeta^2}{1 + \zeta^2}, \quad (5.32)$$

где

$$\zeta = \left| \frac{S_{14}}{S_{13}} \right|.$$

При тех же условиях коэффициент передачи аттенуатора в соответствии с (2.33) определяется выражением

$$T_A = S_{13} S_{14} (\Gamma_3 + \Gamma_4).$$

при $\Gamma_3 = \Gamma_4 = \Gamma$

$$T_A = j \frac{2\Gamma\zeta}{1 + \zeta^2}. \quad (5.33)$$

Для идеального направленного ответвителя $\zeta = 1$. В этом случае, если $|\Gamma| = 1$, вся энергия, поступающая в плечо (1), проходит в плечо (2), т. е. $|\Gamma_A| = 0$, $|T_A| = 1$. Если $|\Gamma| = 0$ — вся энергия поглощается в нагрузках плеч (3) и (4) — диодах, т. е. $|\Gamma_A| = |T_A| = 0$. Изменение $|\Gamma|$ от 0 до 1 дает изменение сигнала на выходе устройства от нуля до значения, равного входному сигналу. Таким образом, устройство работает как переменный аттенуатор.

Предположим, однако, что ответвитель не обеспечивает деления поступающей в плечо (1) мощности на две равные части. В этом случае максимальный коэффициент отражения будет при $|\Gamma| = 1$

$$|\Gamma_A|_{\text{макс}} = \frac{1 - \zeta^2}{1 + \zeta^2}, \quad (5.34)$$

что дает следующие значения КСВН: $r = \frac{1}{\zeta^2}$ при $\zeta < 1$ и $r = \zeta^2$ при $\zeta > 1$.

Из (5.33) получим выражение для потерь в открытом состоянии

$$A = 20 \lg \left(\frac{1 + \zeta^2}{2\zeta} \right). \quad (5.35)$$

Выражения (5.34) и (5.35) графически изображены на рис. 5.11.

Предположим, что в аттенуаторе используется 3-дб, направленный ответвитель на связанных линиях¹ коаксиальных или полосковых [5.1], [5.4]. Для четвертьволнового ответвителя такого типа

$$\frac{|S_{14}|}{|S_{13}|} = \zeta = K \sin \theta, \quad (5.36)$$

¹ Заметим, что это ответвитель с направленностью второго типа, и, следовательно, диоды должны подключаться к плечам (2) и (3) ответвителя, показанного на рис. 5.10.

где

$$K = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{2Z_0}$$

Здесь

- Z_0 — входное полное сопротивление ответвителя;
- Z_{0e} — полное сопротивление для четной волны в одной из связанных линий;
- Z_{0o} — полное сопротивление нечетной волны в одной из связанных линий;

$$\theta = \frac{2\pi l_c}{\lambda_c}$$

λ_c — длина волны в секции связи.

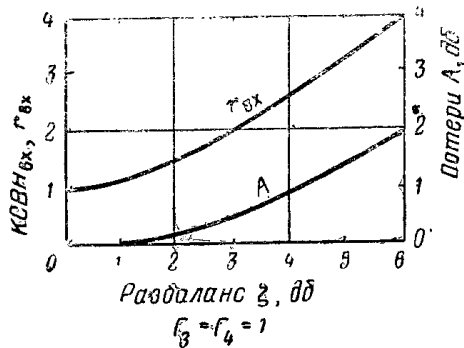


Рис. 5.11. Зависимость входного КСВН и вносимых потерь для аттенюатора на полупроводниковых диодах от коэффициента ζ , выражающего разбаланс мостового устройства.

Предположим, что аттенюатор должен работать в диапазоне частот 3:1, тогда при длине области связи l_c , равной $\lambda_c/4$, на нижней частоте диапазона f_1 получим $\theta = \theta_1 = \frac{\pi}{4}$; на средней частоте f_0 : $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ и на верхней f_2 : $\theta_2 = \frac{3\pi}{4}$. Направленные ответвители этого типа теоретически имеют идеальное согласование и направленность на всех частотах, если только $Z_0 = Z_{0e}Z_{0o}$. Единственным критерием качества ответвителя в данном диапазоне частот является величина ζ .

Из рис. 5.12 видно, что изменение ζ минимально, если

$$\zeta = \zeta_0 = \frac{1}{\zeta_1} = \frac{1}{\zeta_2}$$

На средней частоте выбранного диапазона $\zeta = K$, а на f_1 и f_2 $\zeta = K \sin \frac{\pi}{4}$. Решая уравнение $K \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{K}$, получим значение $\sqrt{2}K$, при котором изменение ζ минимально: $K = \sqrt[4]{2}$.

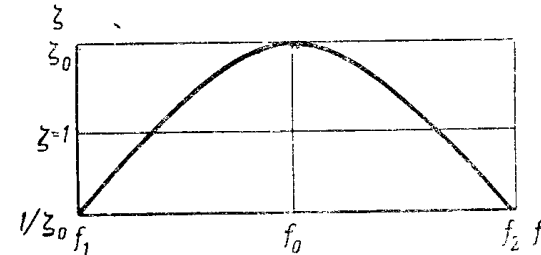


Рис. 5.12. Зависимость коэффициента ζ от частоты для направленного ответвителя с четвертьволновой областью связи.

При этом максимальное значение ζ равно 1,5 дБ.

С помощью (5.34) и (5.35) можно рассчитать потери и КСВН аттенюатора. Результаты расчета для диапазона 2,5—7,5 (Гц) показаны на рис. 5.13.

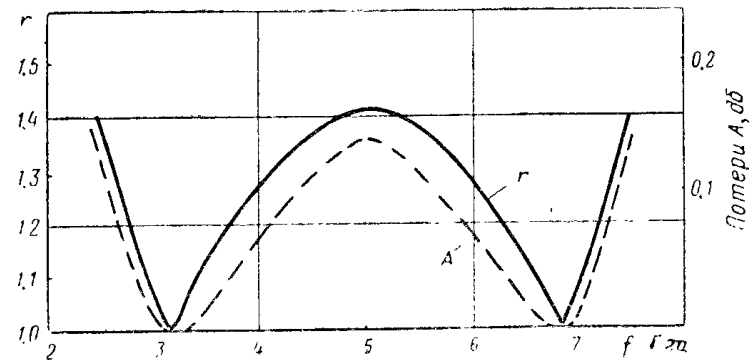


Рис. 5.13. Зависимость КСВН и вносимых потерь от частоты для аттенюатора на 3-дБ направленного ответвителя с четвертьволновой областью связи.

Известны другие схемы аттенуаторов и модуляторов СВЧ на полупроводниковых диодах, в которых используются мосты и направленные ответвители. Особенности этих схем рассматриваются в работе [5.5].

5.8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВОЙНЫХ ТРОЙНИКОВ В РЕГУЛИРУЕМЫХ ФАЗОВРАЩАТЕЛЯХ. ПОГРЕШНОСТИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ НЕИДЕАЛЬНЫМ СОГЛАСОВАНИЕМ ДВОЙНОГО ТРОЙНИКА

Фазовращатель с двойным тройником изображен на рис. 5.14. Так как двойной тройник нельзя согласовать идеально, в реальном фазовращателе зависимость фазового сдвига от одновременного смещения короткозамыкающих поршней несколько отличается от линейной [5.6]. Наличие отражений от двойного тройника обуславливает, кроме того, изменение амплитуды (модуляцию) выходного

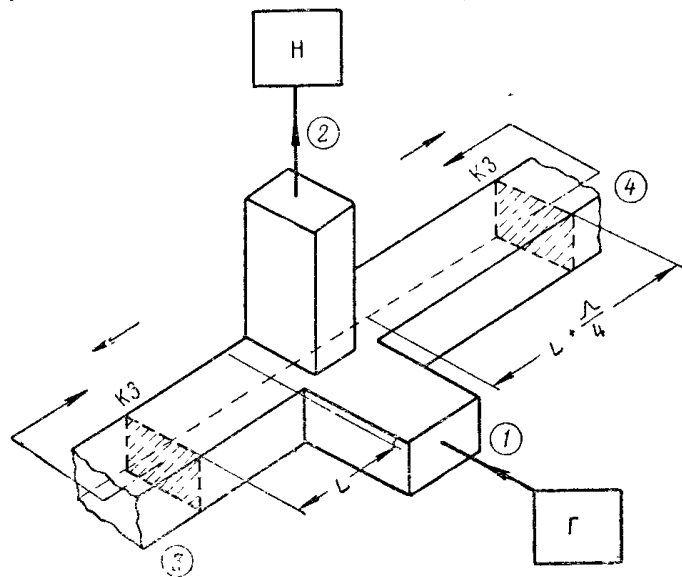


Рис. 5.14. Фазовращатель на согласованном двойном тройнике.

сигнала фазовращателя. Чтобы определить требования к согласованию двойного тройника при условии, что эти отклонения не являются недопустимо большими, запишем выражения для модуля и фазы коэффициента передачи фазовращателя, полагая, что двойной тройник является неполностью согласованным, но симметричным.

Выберем положения отсчетных плоскостей в плечах двойного тройника так, чтобы диагональные элементы его матрицы рассеяния

были действительными. Тогда эту матрицу можно записать так:

$$[S] = \begin{bmatrix} U_{11} & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & U_{22} & S_{23} & -S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & U_{33} & S_{34} \\ S_{14} & -S_{23} & S_{34} & U_{33} \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

Кроме того, обозначим

$$S_{34} = U_{34} + jV_{34}.$$

Выражение для фазы коэффициента передачи фазовращателя имеет вид [5.6]

$$\psi_\Phi = \arg \frac{b_2}{b_1} = \varphi - \left(\theta_3 + \theta_4 - \frac{\pi}{2} \right) - \psi, \quad (5.38)$$

где

$$\varphi = \arg S_{13}S_{34} = \varphi_{13} + \varphi_{34};$$

$$\theta_3 = 2\pi L/\Lambda;$$

$$\theta_4 = \theta_3 + \frac{\pi}{2} + t;$$

t — фазовая погрешность, обусловленная неточностью начальной установки поршней.

$$\psi = \arctg \times \left\{ - \frac{U_{33} (\sin 2\theta_3 + \sin 2\theta_4) + Q \sin 2(\theta_3 + \theta_4) + R \cos 2(\theta_3 + \theta_4)}{1 + U_{33} (\cos 2\theta_3 + \cos 2\theta_4) + Q \cos 2(\theta_3 + \theta_4) - R \sin 2(\theta_3 + \theta_4)} \right\}, \quad (5.39)$$

$$Q = U_{33}^2 - U_{34}^2 + V_{34}^2;$$

$$R = 2U_{33}V_{34}.$$

Модуль коэффициента передачи фазовращателя равен

$$T_\Phi = \left| \frac{b_2}{a_1} \right| = \frac{2 |S_{13}| |S_{23}| |\sin(\theta_3 + \theta_4)|}{\left\{ (1 - Q)^2 + R^2 + 4U_{33} \cos(\theta_3 - \theta_4) \cos(\theta_3 + \theta_4) + 4 [\cos(\theta_3 + \theta_4) + U_{33} \cos(\theta_3 - \theta_4)] [Q \cos(\theta_3 + \theta_4) - R \sin(\theta_3 + \theta_4)] \right\}^{\frac{1}{2}}}. \quad (5.40)$$

При условии, что U_{33} , U_{12} и V_{12} малы, т. е. двойной тройник хорошо согласован, а плечи (1) и (2) хорошо развязаны друг от друга и, кроме того, угол t мал, членом ψ в первом приближении можно пренебречь. Так как $\varphi = \text{const}$, в этом случае получается, что фазовый сдвиг ψ_Φ , вносимый тройником, пропорционален θ_3 , т. е., другими словами, между ψ_Φ и положением короткозамыкающего поршня в плече (3) имеется линейная зависимость. Поскольку однако, указанные выше условия не выполняются полностью, имеет место некоторое отклонение от линейности. Сделаем его оценку, т. е.,

другими словами, определим погрешность фазовращателя прокалбированного расчетным путем с помощью формулы (5.38): При $t=0$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{Q \sin 4\theta_3 + R \cos 4\theta_3}{1 - Q \cos 4\theta_3 + R \sin 4\theta_3}. \quad (5.41)$$

Экстремальные значения ψ получаются при

$$\theta_3 = \frac{1}{4} \operatorname{arccos} \left(Q \pm R \sqrt{\frac{1}{Q^2 + R^2} - 1} \right). \quad (5.42)$$

Пусть $U_{11} = U_{22} = U_{33} = 0,1$ (КСВН $\approx 1,2$). В этом случае, производя расчет по формуле (5.41) с учетом (5.42), получим $\psi_{\max} = 0,57^\circ$.

Кроме фазовой погрешности рассогласование плеч двойного тройника и наличие связи между плечами (1) и (2) обуславливают изменение модуля b_2/a_1 . Оценим его. При $t=0$

$$\begin{aligned} \frac{b_2}{a_1} &= \frac{2 |S_{13}| |S_{23}|}{(1 + Q^2 + R^2 - 2Q \cos 4\theta_3 + 2R \sin 4\theta_3)^{1/2}} = \\ &= 2 |S_{13}| |S_{23}| \left[1 - \frac{1}{2} (Q^2 + R^2) + \sqrt{Q^2 + R^2} \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{Q}{\sqrt{Q^2 + R^2}} \cos 4\theta_3 - \frac{R}{\sqrt{Q^2 + R^2}} \sin 4\theta_3 \right) + \dots \right] \approx \\ &\approx 2 |S_{13}| |S_{23}| [1 + \sqrt{Q^2 + R^2} \cos (4\theta_3 + \chi_1)], \end{aligned} \quad (5.43)$$

где

$$\chi_1 = \operatorname{arctg} \frac{Q}{R}.$$

Из (5.43) видно, что в этом случае сигнал, поступающий в плечо (2), т. е. на детектор, изменяется по амплитуде с удвоенной скоростью по отношению к скорости изменения фазового сдвига основной волны. Для приведенных выше значений U_{11} , U_{33} и U_{44} глубина модуляции, определяемая с помощью формулы (5.43), оказывается равной приблизительно 1%.

Используя (5.41), можно определить необходимую точность согласования элементов фазовращателя, исходя из требований линейности фазового сдвига. Так, например, если потребовать, чтобы отклонение от линейности не превышало 1%, необходимо обеспечить КСВН плеч моста и нагрузки не более 1,3 и 1,03 соответственно.

5.9. ФАЗОВЫЙ ОТВЕТВИТЕЛЬ

Полезными свойствами обладает так называемый фазовый ответвитель [5.7, 5.8]. Это устройство (рис. 5.15,а) выполнено на двух скрещенных взаимно перпендикулярных волноводах с общей широкой стенкой, связанных по магнитной составляющей через «гантельное» (рис. 5.15,б) отверстие связи. Точка пересечения его осей симметрии совпадает с общей для обоих волноводов точкой

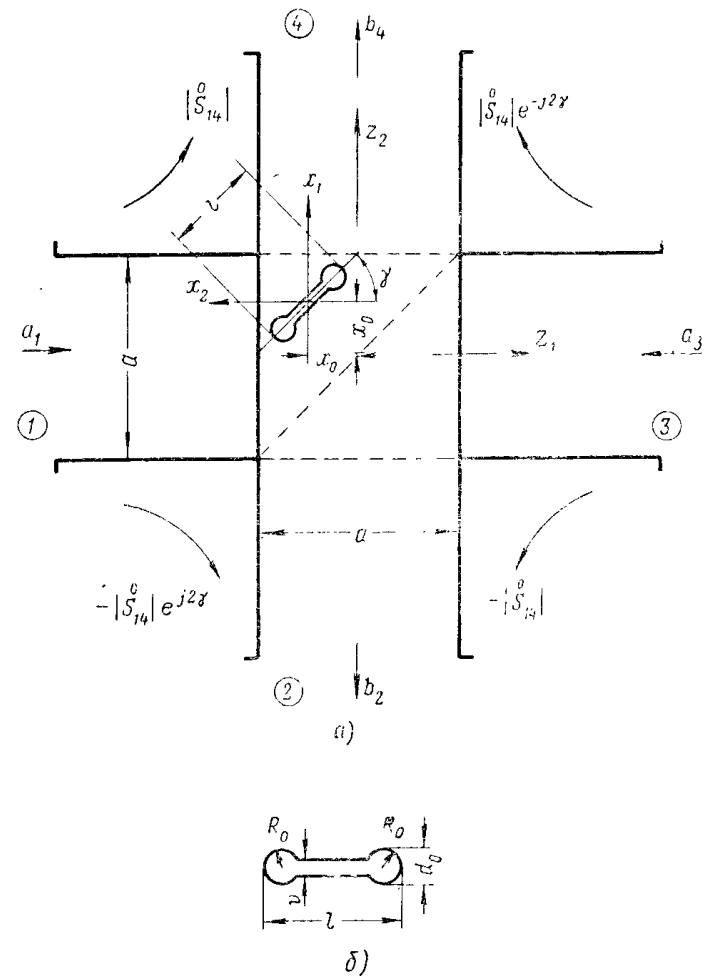


Рис. 5.15. Фазовый направленный ответвитель:
а — схема ответвителя; б — отверстие (элемент) связи.

круговой поляризации магнитного поля. Во время работы ответвителя угол ψ , характеризующий угловое положение элемента связи, во времени изменяется линейно¹.

¹ Практически это осуществляется следующим образом: часть общей стенки волноводов выполняется в виде диска, центр которого совпадает с точкой пересечения осей симметрии отверстия связи. Диск вращается равномерно, например, с помощью электропривода.

Свойства фазового ответвителя определяются его матрицей рассеяния:

$$[\mathring{S}] = \begin{bmatrix} -jk(e^{-j2\gamma+\delta}) & -k e^{-j2\gamma} & \sqrt{1-4k^2} + jk(1+\delta \cos 2\gamma) & k(1+j\delta \sin 2\gamma) \\ -k e^{-j2\gamma} & jk(e^{-j2\gamma} + \delta) & -k(1-j\delta \sin 2\gamma) & \sqrt{1-4k^2} + jk(1+\delta \cos 2\gamma) \\ \sqrt{1-4k^2} + jk(1+\delta \cos 2\gamma) & -k(1-j\delta \sin 2\gamma) & -jk(e^{j2\gamma} + \delta) & k e^{j2\gamma} \\ k(1+j\delta \sin 2\gamma) & \sqrt{1-4k^2} + jk(1+\delta \cos 2\gamma) & k e^{j2\gamma} & jk(e^{j2\gamma} + \delta) \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

Здесь (см. рис. 5.15)

$$k = \frac{\pi M \sin \frac{2\pi x_0}{a}}{2a^2 b} \text{ — магнитный коэффициент связи;}$$

$$x_0 = \frac{a}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2a}{\lambda_{в0}} \text{ — координата, определяющая положение точки круговой поляризации поля } H;$$

M — магнитная поляризуемость отверстия связи;

$$\delta = \frac{\lambda_{в} - \lambda_{в0}}{\lambda_{в0}};$$

$\lambda_{в}$ — длина волны в волноводе для частоты, лежащей в пределах рабочего диапазона ответвителя;

$\lambda_{в0}$ — длина волны в волноводе на номинальной (расчетной) частоте.

Если размеры отверстия связи близки к резонансным, то переходное ослабление ответвителя с учетом конечной толщины стенки общей для первичного и вторичного волноводов может быть рассчитано по формуле

$$K = 20 \lg k = 20 \lg \frac{\pi M \sin \frac{2\pi x_0}{a}}{2a^2 b} - 20 \lg \left(1 - \frac{\lambda_{рез}}{\lambda} \right) - \frac{54.6}{\lambda_{рез}} \tau \sqrt{1 - (\lambda_{рез}/\lambda)^2} [\text{дБ}], \quad (5.45)$$

где

$\lambda_{рез}$ — резонансная длина волны;

τ — толщина общей стенки.

Для отверстия связи (рис. 5.15,б)

$$\lambda_{рез} \approx 2l + 2,3d_0 - 2v. \quad (5.46)$$

Выражение (5.45) получено в предположении, что членами, в которые δ входит во второй и более высоких степенях, можно пренебречь. Это допустимо, так как величина $|\delta|$, например, для 10%-ного диапазона частот, составляет всего около 0,1. При более точных расчетах можно воспользоваться следующими выражениями

для коэффициентов матрицы рассеяния [5.8]:

$$\begin{aligned} \mathring{S}_{12} &= -k \left[e^{-j2\gamma} - j \frac{\delta^2}{2} \sin 2\gamma \right]; \\ \mathring{S}_{14} &= k \left[1 + j\delta \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \sin 2\gamma \right]; \\ \mathring{S}_{23} &= -k \left[1 - j\delta \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \sin 2\gamma \right]; \\ \mathring{S}_{34} &= k \left(e^{j2\gamma} + j \frac{\delta^2}{2} \sin 2\gamma \right). \end{aligned} \quad (5.47)$$

При выводе этих выражений не учитывались члены с δ в третьей

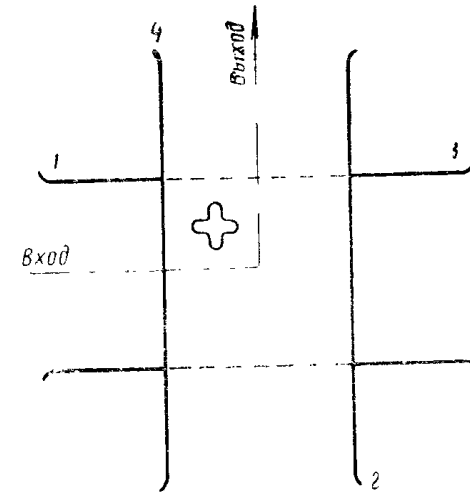


Рис. 5.16. Направленный ответвитель с крестообразным элементом связи.

степени и выше. На расчетной частоте f_0 , т. е. при $\delta=0$, из (5.47) получим

$$\begin{aligned} \mathring{S}_{12} &= -k e^{-j2\gamma}; \quad \mathring{S}_{14} = k; \\ \mathring{S}_{23} &= -k; \quad \mathring{S}_{34} = k e^{j2\gamma}. \end{aligned} \quad (5.48)$$

Полезно сопоставить выражения (5.48) с соответствующими выражениями для обычного направленного ответвителя (рис. 5.16):

$$\begin{aligned} S_{12} &= 0; \quad S_{14} = j2 |\mathring{S}_{14}|; \\ S_{23} &= j2 |\mathring{S}_{14}|; \quad S_{34} = 0. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Характерной особенностью фазового ответвителя (рис. 5.15,а) является такое же изменение его направленности, как и фазы волны во вторичном волноводе. Поэтому такой ответвитель называют фазовым ответвителем. Он используется в автоматизированных измерителях полных сопротивлений на СВЧ. Схемы двух вариантов такого устройства описаны в [5.8]. Одна из них предназначена для измерений на очень малых уровнях мощности, что важно, в частности, при измерении характеристик ряда полупроводниковых устройств.

Фазовый ответвитель является сравнительно широкополосным устройством. Это объясняется тем, что поляризационные эллипсы воли во взаимно перпендикулярных волноводах фазового ответвителя ортогональны.

Задача 5.1

Определить коэффициент передачи между плечами (1) и n ($n=2, 3$ и 4) несимметричного взаимного восьмиполюсника без потерь, к выходным плечам которого подключены рассогласованные нагрузки, при идеально согласованном генераторе. Определить коэффициент отражения на входе этого восьмиполюсника.

Решение

Предположим, что восьмиполюсник рис. 5.1,а возбуждается через плечо (1) волной с единичной амплитудой, т. е. $a_1=1$. В этом случае коэффициент передачи равен комплексной амплитуде волны, выходящей из плеча (n), т. е. b_2, b_3 или b_4 .

Определим сначала волну b_2 . С помощью приложения составим ориентированный граф всего устройства (рис. 5.1,б при $\Gamma_r=0$). В данном случае $b_2=T_{II, I}$ и, следовательно, задача заключается в определении коэффициента передачи из точки I в точку II.

Найдем все пути, соединяющие эти точки:

$$\left. \begin{array}{l} S_{12}; S_{14}S_{23}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4; \\ S_{13}S_{23}\Gamma_3; S_{13}S_{24}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4; \\ S_{14}S_{24}\Gamma_4. \end{array} \right\} \quad (5.50a)$$

Контуров первого порядка

$$\left. \begin{array}{l} S_{22}\Gamma_2; S_{33}\Gamma_3; S_{44}\Gamma_4; \\ S_{34}^2\Gamma_3\Gamma_4; S_{24}^2\Gamma_2\Gamma_4; \\ S_{23}^2\Gamma_2\Gamma_3; \\ S_{23}S_{24}S_{34}\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4. \text{ (два контура)} \end{array} \right\} \quad (5.50б)$$

Контуров второго порядка

$$\left. \begin{array}{l} S_{22}S_{33}\Gamma_2\Gamma_3; S_{22}S_{44}\Gamma_2\Gamma_4; \\ S_{33}S_{44}\Gamma_3\Gamma_4; S_{22}S_{24}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4; \\ S_{33}S_{24}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4; S_{44}S_{23}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4. \end{array} \right\} \quad (5.50в)$$

Контур третьего порядка

$$S_{22}S_{33}S_{44}\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4.$$

Подставляя значения путей и контуров в (2.1), получим непосредственно развернутое выражение для b_2

$$b_2 = \frac{S_{12}(1 - S_{33}\Gamma_3 - S_{44}\Gamma_4 - S_{34}^2\Gamma_3\Gamma_4 + S_{33}S_{44}\Gamma_3\Gamma_4) + S_{14}S_{23}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4 + S_{13}S_{23}\Gamma_3(1 - S_{44}\Gamma_4) + S_{13}S_{24}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4 + S_{14}S_{24}\Gamma_4(1 - S_{33}\Gamma_3)}{1 - S_{22}\Gamma_2 - S_{33}\Gamma_3 - S_{44}\Gamma_4 - S_{34}^2\Gamma_3\Gamma_4 - S_{23}^2\Gamma_2\Gamma_3 - S_{24}^2\Gamma_2\Gamma_4 - 2S_{23}S_{24}S_{34}\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 + S_{22}S_{33}\Gamma_2\Gamma_3 + S_{22}S_{44}\Gamma_2\Gamma_4 + S_{33}S_{44}\Gamma_3\Gamma_4 + S_{22}S_{34}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 + S_{33}S_{24}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 + S_{44}S_{23}^2\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4 - S_{22}S_{33}S_{44}\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4.} \quad (5.51)$$

Такая форма записи удобна для введения различных упрощений и оценки обуславливаемых ими погрешностей в случае, когда те или иные коэффициенты матрицы рассеяния восьмиполюсника или коэффициенты отражения достаточно малы.

Выражение (5.51) можно записать в сжатом виде [формула (5.2)]. Производя замену индекса 2 сначала на 3, а затем на 4, получим (5.3) и (5.4).

Чтобы определить коэффициент отражения на входе восьмиполюсника, найдем все пути, соединяющие узлы a_1 и b_1 :

$$\begin{array}{l} S_{11}; S_{12}^2\Gamma_2; \\ S_{13}^2\Gamma_3; S_{14}^2\Gamma_4. \end{array}$$

Кроме того, имеются по два пути:

$$\begin{array}{l} S_{13}S_{14}S_{34}\Gamma_3\Gamma_4; S_{12}S_{14}S_{24}\Gamma_2\Gamma_4; \\ S_{12}S_{13}S_{23}\Gamma_2\Gamma_3; S_{13}S_{14}S_{23}S_{24}\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4. \end{array}$$

Используя значения этих путей, а также приведенные выше значения контуров ориентированного графа рис. 5.1,б, с помощью (2.1) для коэффициента отражения на входе восьмиполюсника получим выражение (5.5).

Задача 5.2

Для рефлектометра на двух направленных ответвителях определить зависимость отношения показаний линейных идеальных индикаторов, подключенных к ответвителям отраженной и падающей волн, от направленности этих ответвителей в предположении, что генератор рассогласован, а сами ответвители и подключенные к ним нагрузки (кроме испытываемой) идеально согласованы. Определить скорость изменения этого отношения в функции направленности каждого из ответвителей.

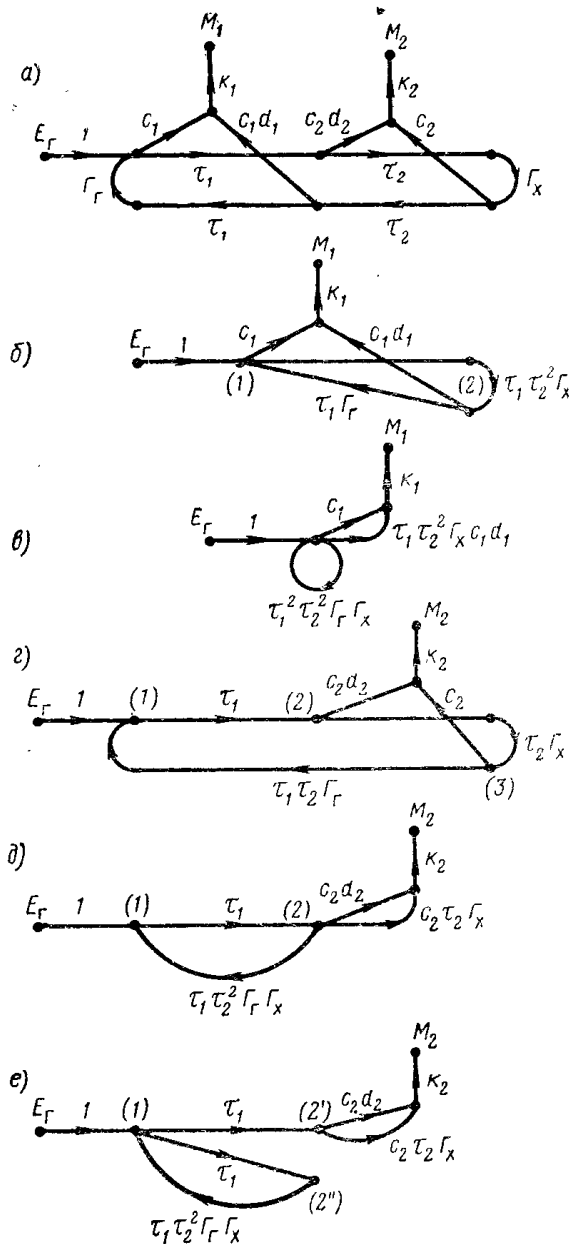


Рис. 5.17. Ориентированный граф рефлектометра на двух идеально согласованных направленных ответвителях с идеально согласованными собственными нагрузками и детекторами:
 а — исходный граф; б, в, г, д и е — графы, получаемые путем последовательного упрощения исходного графа.

Решение

Пусть собственные нагрузки ответвителей идеально согласованы, тогда ответвители можно рассматривать как шестиполосники. В этом случае схема рефлектометра принимает вид, показанный на рис. 5.9. Рассмотрим, как влияет неидеальность направленности каждого из ответвителей рефлектометра рис. 5.9 на отношение показаний, снимаемых с его индикаторов. Известно, что при идеальных линейных детекторах это отношение равно отношению амплитуд волн, падающих на детекторы D_2 и D_1 . Предположим, что направленные ответвители, а также подключенные к ним детекторы идеально согласованы. Составим ориентированный граф рефлектометра (рис. 5.17,а), где

$$c_1 = S'_{14}; d_1 = \frac{(S'_{34})_1}{(S'_{14})_1} \text{ и } \tau_1 = (S'_{13})_1$$

— величины, определяющие переходное ослабление, направленность и потери при передаче в основном канале для первого ответвителя; c_2, d_2, τ_2 — аналогичные величины для второго ответвителя; k_1 и k_2 — коэффициенты, определяющие чувствительность индикаторов.

Используя способ последовательного упрощения ориентированного графа [5.9], определим показания первого индикатора M_1 . Для этого, пренебрегая влиянием вторичного тракта второго ответвителя $HO-II$ и используя правило I гл. 2, из исходного ориентированного графа (ОГ) получим упрощенный ОГ (рис. 5.17,б). После расщепления узла (2), используя правило IV гл. 2, получим ОГ, представленный на рис. 5.17,в. Аналогичным образом, пренебрегая влиянием вторичного тракта ответвителя $HO-I$ и используя правила гл. 2, получим ОГ на рис. 5.17,г, необходимый для расчета показаний второго индикатора M_2 .

Применяя правила, изложенные в гл. 2, к ОГ — рис. 5.17,г и 5.17,е — получим

$$M_1 = E_{\Gamma} \frac{k_1 c_1 (1 + \tau_1 \tau_2^2 d_1 \Gamma_x)}{1 - \tau_1^2 \tau_2^2 \Gamma_{\Gamma} \Gamma_x}, \quad (5.52)$$

а также

$$M_2 = E_{\Gamma} \frac{k_2 c_2 \tau_1 (d_2 + \tau_2 \Gamma_x)}{1 - \tau_1^2 \tau_2^2 \Gamma_{\Gamma} \Gamma_x}. \quad (5.53)$$

Откуда

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{k_2 c_2 \tau_1 (d_2 + \tau_2 \Gamma_x)}{k_1 c_1 (1 + \tau_1 \tau_2^2 d_1 \Gamma_x)}. \quad (5.54)$$

Полагая для простоты, что $k_1 c_1 = k_2 c_2$ и $\tau_1 = \tau_2 = 1$, из (5.54) получим

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{d_2 + \Gamma_x}{1 + d_1 \Gamma_x}. \quad (5.55)$$

Дифференцирование этого выражения по d_1 и d_2 дает (5.30) и (5.31).

ЛИТЕРАТУРА

- 5.1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники, изд. 2-е. Изд-во «Советское радио», 1967.
- 5.2. «Техника измерений на сантиметровых волнах», часть I. Изд-во «Советское радио», 1949.
- 5.3. Зыков А. И. Измерение полных сопротивлений с помощью направленного ответвителя. Измерительная техника, 1959, № 3, стр. 44—46.
- 5.4. Roberts D. and Robinson S. A. Pin Diode Modulator for the Frequency Band 2,5—7,5 Gc/s. Microw. Journ., 1963, v. VI, № 12, p. 74—78.
- 5.5. Allen S. J. Microwave variable Attenuators using Pin Junction Diodes. British Communications and Electronics, 1963, v. 10, №2, p. 56—62.
- 5.6. Vaillancourt R. M. Errors in a Magic Tee Phase Changer. IRE Trans., 1957, v. MTT-5, № 3, p. 204—207.
- 5.7. Tsuchiya S. A broad-band Impedance Display Unit. J. Inst. Electr. Commun. Eng. Jap., 1960, v. 43, № 11, p. 1317—1324.
- 5.8. Tsuchiya S. Smith—Diagram Display Unit uses Microwave Phase—Directional Coupler. Electronics, 1961, July 21, № 29, p. 80—84.
- 5.9. Kuhn N. Simplified Signal Flow Graph Analysis. Microw. Journ., 1963, v. VI, № 11, p. 59—66.

ГЛАВА 6

ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МОЩНОСТИ СВЧ С ПОМОЩЬЮ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ, ТРОЙНИКОВ И ВКЛЮЧАЕМЫХ КАСКАДНО В ТРАКТ ДАТЧИКОВ

6.1. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ

При измерении мощности на СВЧ возникает ряд специфических задач, к которым, в частности, следует отнести:

а) задачу расширения динамического диапазона измерителей мощности, а именно, измерения больших мощностей с помощью измерителей малой мощности;

б) задачу измерения проходящей мощности с помощью оконечных измерителей мощности;

в) задачу калибровки измерителей мощности путем сопоставления их показаний с показаниями образцовых приборов.

Известно, что для решения этих задач создаются схемы, в которых важную роль играют направленные ответвители и мосты СВЧ, а также некоторые трехплечные сочленения: тройники в плоскости Е и Н, переключатели и т. д. Отклонение свойств этих узлов от идеальных и, в частности, их рассогласование, а также рассогласование других элементов схем могут привести к значительным погрешностям измерений.

Здесь производится оценка этих погрешностей для ряда применяемых на практике схем. Предполагается, что свойства элементов этих схем заданы с помощью коэффициентов матриц рассеяния.

Предположим, что направленный ответвитель постоянно включен в измерительную схему так, как это показано на рис. 6.1. Подключение измерителя мощности ко вторичной линии направленного ответвителя позволяет решить сразу две из перечисленных выше задач, измеряя проходящую мощность большого уровня с помощью оконечного измерителя малой мощности. Определение мощности, проходящей по основной линии производится путем умножения показания измерителя мощности на

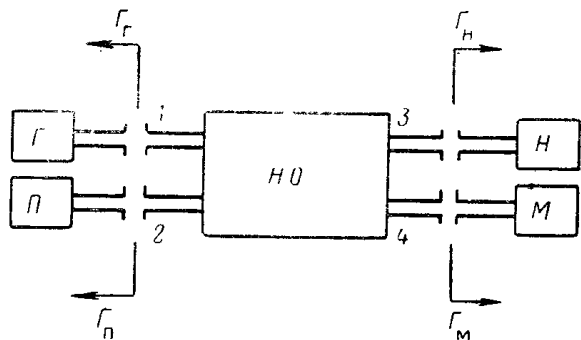


Рис. 6.1. Схема использования направленного ответвителя при измерении мощности СВЧ с постоянным включением: Г — генератор; НО — направленный ответвитель; П — собственная нагрузка направленного ответвителя (поглотитель); Н — нагрузка; М — измеритель мощности.

величину переходного ослабления направленного ответвителя.

В том случае, когда ответвитель не является идеальным, а нагрузки, подключенные к его плечам, не идеально согласованы, переходное ослабление зависит как от модулей и фаз коэффициента матрицы рассеяния направленного ответвителя, так и от модулей и фаз коэффициентов отражения этих нагрузок и, следовательно, в общем случае отличается от переходного ослабления, получаемого при калибровке ответвителя. Возникающая при этом погрешность рассогласования в реальных условиях может достигать больших значений. Отношение мощности, поступающей в нагрузку P_H , к мощности, поступающей в измеритель мощности P_M , в случае рассогласования определяется следующим выражением (см. задачу 6.1):

$$\frac{P_H}{P_M} = k_1 = \left| \frac{[S_{13}(1 - S_{22}\Gamma_H) + S_{12}S_{23}\Gamma_H] \times [S_{13}(1 - S_{44}\Gamma_M) + S_{14}S_{34}\Gamma_M] - S_{14}}{[S_{14}(1 - S_{22}\Gamma_H) + S_{12}S_{24}\Gamma_H] [S_{14}(1 - S_{33}\Gamma_H) + S_{13}S_{34}\Gamma_H] - (S_{13}S_{24} - S_{14}S_{23}) \times (S_{12}S_{34} - S_{14}S_{23}) \Gamma_H \Gamma_M} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2} \quad (6.1)$$

В частном случае, когда можно считать, что собственная нагрузка (поглотитель) ответвителя идеально согласована, т. е. $\Gamma_H = 0$, из (6.1) получим

$$\frac{P_H}{P_M} = \left| \frac{S_{13}(1 - S_{44}\Gamma_M) + S_{14}S_{34}\Gamma_M}{S_{14}(1 - S_{33}\Gamma_H) + S_{13}S_{34}\Gamma_H} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2} \quad (6.2)$$

Чтобы определить мощность, поступающую в нагрузку (Н) основной (первичной) линии ответвителя при рассогласовании, необходимо значение мощности, определенной без учета рассогласований, умножить на поправочный коэффициент

$$K_1 = k_1 |S_{14}|^2. \quad (6.3)$$

Пусть $|\Gamma_M| = |\Gamma_H| = 0$, $|S_{13}| \approx 1$, тогда из (6.1) для поправочного коэффициента получим

$$K_1 = k_1 |S_{14}|^2 = \left| S_{14} \frac{(1 - S_{22}\Gamma_H) + S_{12}S_{23}\Gamma_H}{S_{14}(1 - S_{22}\Gamma_H) + S_{12}S_{24}\Gamma_H} \right|^2.$$

Если, кроме того, $\Gamma_H = 0$,

$$\frac{P_H}{P_M} = \frac{1}{|S_{14}|^2} \quad \text{и} \quad K_1 = 1.$$

С другой стороны, если направленный ответвитель идеальный, т. е. $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{12} = S_{34} = 0$ и, кроме того, можно считать, что $|S_{13}| \approx 1$, уравнение (6.2) переходит в уравнение

$$\frac{P_H}{P_M} = \left| \frac{1}{S_{14}} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2}$$

¹ Это условие достаточно точно выполняется при больших переходных ослаблениях (больше 15—20 дБ).

и, следовательно,

$$K_1 = \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2} = \frac{r_H}{r_M} \left(\frac{r_M + 1}{r_H + 1} \right)^2, \quad (6.4)$$

где r_M и r_H — КСВН измерителя мощности M и нагрузки H соответственно. В этом случае расчет можно производить с помощью номограммы, представленной на рис. 6.2.

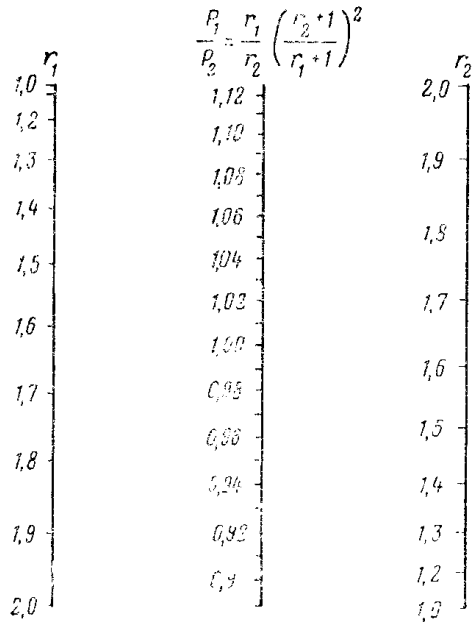


Рис. 6.2. Номограмма для расчета погрешности рассогласования при измерении мощности СВЧ.

Используя формулу (6.2), можно показать, например, что в зависимости от фазовых соотношений в частном случае, когда $r_H = 1,5$ и $r_M = 1,25$, направленность

$$D = 20 \lg \left| \frac{S_{14}}{S_{31}} \right| \text{ равна } 25 \text{ дБ};$$

переходное ослабление

$$C = 20 \lg \left| \frac{1}{S_{14}} \right| \text{ равно } 20 \text{ дБ}$$

и

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0,05,$$

погрешность рассогласования изменяется в пределах ($-8 \div +2\%$). Если при этом принять, что направленный ответитель идеальный, то погрешность будет определяться выражением (6.4). В этом случае она равна 3%.

При измерении больших мощностей для расширения динамического диапазона измерителя мощности часто используется временное включение направленного ответителя (рис. 6.3). В этом случае нагрузка и направленный ответитель, с подключенным к нему измерителем мощности, попеременно подсоединяются к генератору.

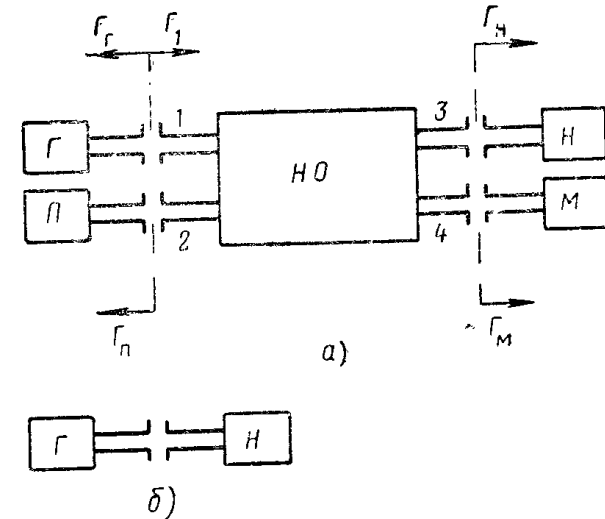


Рис. 6.3. Схема использования направленного ответителя при измерении мощности СВЧ с временным включением:

а — подключение нагрузки к генератору через направленный ответитель; *б* — непосредственное подключение нагрузки к генератору (обозначения те же, что и на рис. 6.1).

Мощность, поступающая в нагрузку, определяется как произведение показаний измерителя мощности на переходное ослабление направленного ответителя.

Чтобы учесть влияние рассогласования, получаемый таким образом результат необходимо умножить на поправочный коэффициент

$$K_2 = \frac{P_H}{P_M} |S_{14}|^2 = \left| \frac{1 - \Gamma_H \Gamma_M}{1 - \Gamma_H \Gamma_H} \right|^2 |S_{14}|^2 \left| \frac{S_{13}(1 - S_{44} \Gamma_M) + S_{14} S_{34} \Gamma_M}{S_{31}(\Gamma_1 - S_{11}) + S_{13} S_{14}} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_H|^2}{1 - |\Gamma_M|^2}, \quad (6.5)$$

где

$$\Gamma_{1,1}^* = S_{11} + \frac{S_{13}^2 \Gamma_H}{(1 - S_{33} \Gamma_H) - \frac{S_{14}(1 - S_{33} \Gamma_H) + S_{13} S_{34} \Gamma_H}{S_{13}(1 - S_{44} \Gamma_M) + S_{14} S_{34} \Gamma_M} S_{34} \Gamma_M} + \frac{S_{14}^2 \Gamma_M}{(1 - S_{44} \Gamma_M) - \frac{S_{13}(1 - S_{44} \Gamma_M) + S_{14} S_{34} \Gamma_M}{S_{13}(1 - S_{33} \Gamma_H) + S_{13} S_{34} \Gamma_H} S_{34} \Gamma_H}. \quad (6.6)$$

Здесь предполагается, что собственная нагрузка ответвителя (поглотитель П, см. рис. 6.3) идеально согласована.

Если направленный ответвитель идеальный, т. е.

$$S_{12} = S_{34} = S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0,$$

то из (6.3) получим

$$\Gamma_1 = S_{11} + S_{13}^2 \Gamma_H + S_{14}^2 \Gamma_M,$$

причем (6.5) переходит в выражение, аналогичное (4.19).

Если, кроме того, положить $\Gamma_r = 0$, то из (6.5) получим выражение (6.4). Полагая, например, $r_H = 1,1$ и $r_M = 1,2$, с помощью номограммы (рис. 6.2) получим $K_2 = 1,007$, что соответствует погрешности рассогласования меньше одного процента.

6.2. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ПРИ КАЛИБРОВКЕ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ С ПОМОЩЬЮ СХЕМ, В КОТОРЫХ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ МОСТЫ СВЧ И ТРОЙНИКИ

При калибровке измерителей мощности удобно пользоваться схемой, представленной на рис. 6.4, в которой используется согласованный двойной тройник с подключенными к нему согласованной нагрузкой H , калибруемым K и образцовым O измерителями мощности.

Эта схема имеет ряд преимуществ:

а) сравнительно невысокие требования к стабильности амплитуды и частоты сигнала, поступающего от генератора и б) отсутствие необходимости включения большого ослабления (развязки) после генератора.

Обычно предполагается, что энергия, поступающая от генератора G , делится поровну между образцовым и

калибруемым измерителями мощности. Однако вследствие отражений от элементов схемы и асимметрии двойного тройника это условие нарушается. Отношение мощности, поступающей в калибруемый измеритель мощности, к мощности, поглощаемой образцовым прибором,

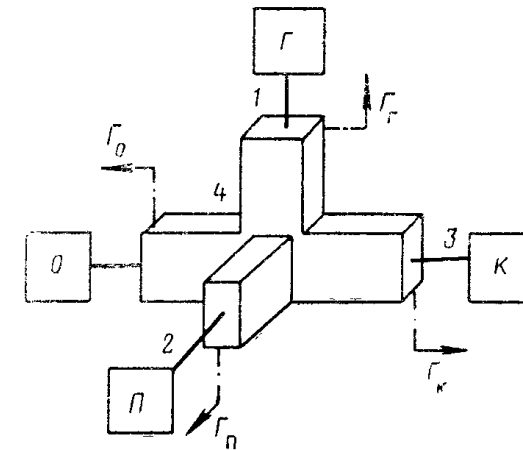


Рис. 6.4. Схема калибровки измерителя мощности СВЧ с одновременным подключением калибруемого и образцового измерителей мощности к двойному тройнику:

G — генератор; K — калибруемый измеритель мощности; O — образцовый измеритель мощности; P — собственная нагрузка двойного тройника.

в этом случае определяется выражением

$$K_3 = \frac{P_K}{P_O} = \left| \frac{mn - pq \Gamma_H}{nv - qu \Gamma_H \Gamma_K} \right|^2 \cdot \frac{1 - |\Gamma_K|^2}{1 - |\Gamma_O|^2}, \quad (6.7)$$

где

$$m = S_{13}(1 - S_{44} \Gamma_O) + S_{14} S_{34} \Gamma_O;$$

$$n = S_{14}(1 - S_{22} \Gamma_H) + S_{12} S_{24} \Gamma_H;$$

$$p = S_{12}(1 - S_{44} \Gamma_O) + S_{11} S_{24} \Gamma_O;$$

$$q = S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23};$$

$$u = S_{12} S_{34} - S_{14} S_{23};$$

$$v = S_{11}(1 - S_{33} \Gamma_K) + S_{13} S_{34} \Gamma_K.$$

Если предположить, что собственная нагрузка двойного тройника идеально согласована, т. е. $\Gamma_H = 0$, то из

(6.7) получим

$$K_4 = \frac{P_K}{P_0} = \left| \frac{S_{13}}{S_{14}} \right|^2 \left| \frac{1 - \left(S_{44} - \frac{S_{14}S_{34}}{S_{13}} \right) \Gamma_0}{1 - \left(S_{33} - \frac{S_{13}S_{34}}{S_{14}} \right) \Gamma_K} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_K|^2}{1 - |\Gamma_0|^2}. \quad (6.8)$$

Если, кроме того, считать, что двойной тройник является идеально согласованным и симметричным, из (6.8) получим выражение, аналогичное (6.4). Используя при расчетах номограммы рис. 6.2 и 4.4, можно пока

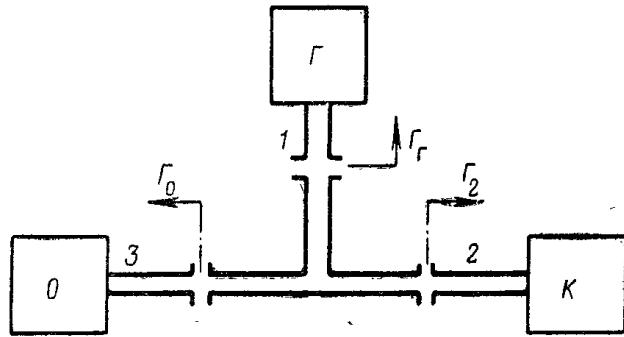


Рис. 6.5. Схема одновременного подключения калибруемого и образцового измерителей мощности к генератору с помощью тройника (обозначения те же, что и на рис. 6.4).

зать, например, что при $r_K=1,25$ и $r_0=1,05$ погрешности рассогласования будет равна приблизительно 1,0%

Предположим, что вместо согласованного двойного тройника используется обычный тройник (рис. 6.5). Отношение P_K/P_0 в этом случае получается, если в выражении (6.7) положить $S_{12}=S_{23}=S_{24}=S_{22}=0$. Это отношение также выражается формулой (6.8), где, однако в соответствии с рис. 6.5 следует произвести замену индексов: $3 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 3$. В случае идеально симметричного тройника коэффициент K_4 в зависимости от соотношения фаз изменяется в следующих пределах:

$$r_K r_0 \geq K_4 \geq \frac{1}{r_K r_0}, \quad (6.9)$$

где r_K и r_0 — КСВН калибруемого и образцового изме

¹ Это выражение получается непосредственно из (6.1).

рителей мощности. В частности, если $r_0=1,05$, $r_K=1,25$, коэффициент K_4 может изменяться в пределах от 0,76 до 1,31. Соответственно погрешность в этих крайних случаях равна -24 и $+31$ процент.

Если двойной тройник обладает значительной асимметрией, при калибровке целесообразнее воспользоваться схемой с некалиброванным измерителем мощности М

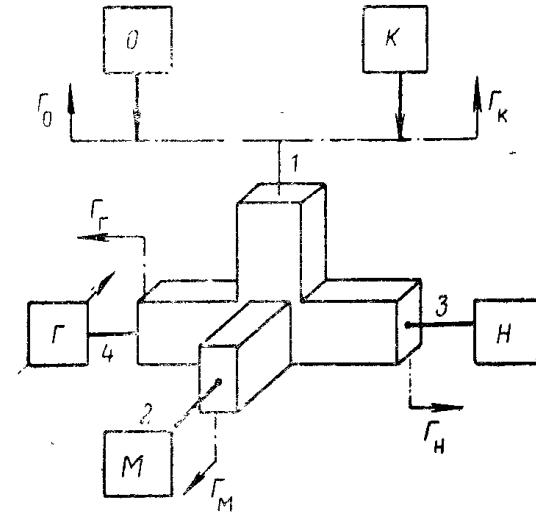


Рис. 6.6. Схема калибровки измерителя мощности СВЧ попеременным подключением калибруемого и образцового измерителей мощности к одному и тому же плечу согласованного двойного тройника:

Г — генератор; К — калибруемый измеритель мощности; О — образцовый измеритель мощности; Н — нагрузка; М — некалиброванный измеритель мощности.

(рис. 6.6). При этом образцовый и калибруемый измерители мощности подключаются попеременно к плечу (1) двойного тройника. Выходной сигнал генератора регулируется таким образом, чтобы показания прибора М были одинаковыми в обоих случаях. При использовании этого способа калибровки к стабильности генератора предъявляются повышенные требования. Кроме того, необходимо, чтобы генератор был хорошо развязан. Отношение мощностей при этом определяется выражением

$$\frac{P_K}{P_0} = \left| \frac{bg - df\Gamma_{II}\Gamma_0}{bh - df\Gamma_{II}\Gamma_K} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_K|^2}{1 - |\Gamma_0|^2}, \quad (6.10)$$

где

$$\begin{aligned} b &= S_{24}(1 - S_{33}\Gamma_{\Pi}) + S_{23}S_{34}\Gamma_{\Pi}; \\ g &= S_{24}(1 - S_{11}\Gamma_0) + S_{12}S_{14}\Gamma_0; \\ d &= S_{14}S_{23} - S_{13}S_{24}; \\ f &= S_{12}S_{34} - S_{13}S_{24}; \\ h &= S_{24}(1 - S_{11}\Gamma_{\kappa}) + S_{12}S_{14}\Gamma_{\kappa}. \end{aligned}$$

Если $\Gamma_{\Pi}=0$, выражение (6.10) упрощается и принимает вид

$$K_5 = \frac{P_{\kappa}}{P_0} = \left| \frac{1 - \left(S_{11} - \frac{S_{12}S_{14}}{S_{24}} \right) \Gamma_0}{1 - \left(S_{11} - \frac{S_{12}S_{14}}{R_{24}} \right) \Gamma_{\kappa}} \right|^2 \frac{1 - |\Gamma_{\kappa}|^2}{1 - |\Gamma_0|^2}. \quad (6.11)$$

Если двойной тройник идеально согласован и симметричен, $S_{11}=S_{22}=S_{12}=0$ и выражение (6.11) переходит в выражение, аналогичное (6.4).

¹ Это же выражение справедливо для случая, когда при измерениях используется обычный тройник (рис. 6.7). При этом необходима замена индексов: $4 \rightarrow 1$; $1 \rightarrow 2$; $2 \rightarrow 3$.

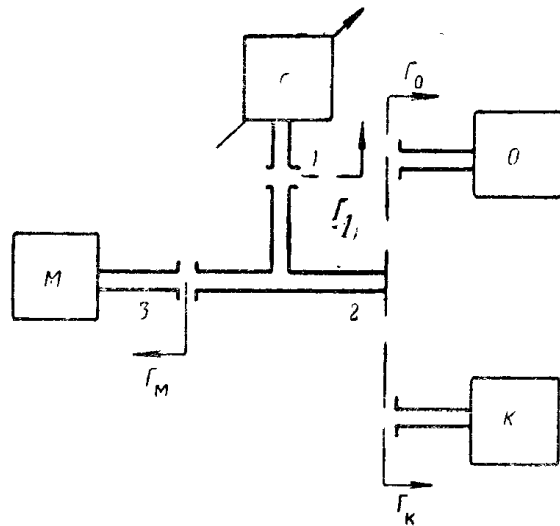


Рис. 6.7. Схема попеременного подключения калибруемого и образцового измерителей мощности к генератору с помощью тройника (обозначения те же, что и на рис. 6.6).

6.3. ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ МОЩНОСТИ С ДВУМЯ ОТРАЖАЮЩИМИ ДАТЧИКАМИ, РАСПОЛОЖЕННЫМИ НА РАССТОЯНИИ $\lambda/4$ ДРУГ ОТ ДРУГА

При измерении проходящей мощности можно использовать одиночный квадратичный датчик (например, зонд с кристаллическим детектором), слабо связанный с передающей линией. Показания одиночного датчика, однако, сильно зависят от согласования нагрузки. При изменении его положения относительно максимума стоячей волны погрешность, обусловленная рассогласованием нагрузки, изменяется. Применение двух зондов (датчиков), расположенных друг от друга на расстоянии $\lambda/4$, позволяет существенно уменьшить погрешность измерений, обусловленную отражениями от нагрузки.

Рассчитаем погрешность рассогласования измерителя проходящей мощности с двумя отражающими квадратичными датчиками, расположенными на расстоянии $\lambda/4$ друг от друга в линии с рассогласованным генератором и нагрузкой (рис. 6.8, а при $\alpha = \frac{\pi}{2}$). Предположим,

что датчики являются симметричными. Кроме того, будем считать, что любые изменения в индикаторных цепях, связанных с ними (например, изменения сопротивлений нагрузок), не влияют на передачу энергии в линии СВЧ. Каждый из датчиков можно рассматривать как шестиполюсник. При сделанных выше допущениях ориентированный граф устройства в целом будет иметь вид, показанный на рис. 6.8, б. Погрешность рассогласования в этом случае будет определяться выражением (см. задачу 6.2)

$$\begin{aligned} \delta &\approx \frac{1}{2(1 - |\Gamma'_H|^2) |S_{12}|^4} \times \\ &\times \{ 1 + |S_{12}|^2 [1 - 2|S_{12}|^2 + |\Gamma'_H|^2 (|S_{12}|^4 + 3|S_{12}|^2)] + \\ &+ 2[|S_{11}| \cdot |S_{12}|^2 |\Gamma'_H| \cos(\varphi_{11} + 2\varphi_{12} + \varphi'_H) - \\ &- |S_{11}| |\Gamma'_H| (1 + |S_{12}|^2) \cos(\varphi_{11} + \varphi'_H) - \\ &- |S_{11}| |S_{12}| \cos(\varphi_{11} + \varphi_{12}) - |S_{12}|^3 |\Gamma'_H| \cos(3\varphi_{12} + \varphi'_H) - \\ &- |S_{11}| |S_{12}|^3 |\Gamma'_H|^2 (1 + |S_{12}|^2) \cos(\varphi_{11} - \varphi_{12}) + \\ &+ |S_{11}| |\Gamma'_H|^2 |S_{12}|^3 \cos(\varphi_{11} + 3\varphi_{12}) + \\ &+ |S_{11}| |S_{12}|^4 |\Gamma'_H| \cos(\varphi_{11} - 2\varphi_{12} - \varphi'_H) + \\ &+ |S_{12}|^3 |\Gamma'_H| \cos(\varphi_{12} + \varphi'_H) \}. \quad (6.12) \end{aligned}$$

Пусть отражения от каждого из датчиков характеризуется КСВН $r_{11}=1,04$ ($|S_{11}| \approx 0,2$), а КСВН нагрузки и генератора r_H и r_G равны 1,5. В этом случае максимальное (соответствующее наиболее неблагоприятному соотношению фаз) значение δ равно приблизительно 13%.

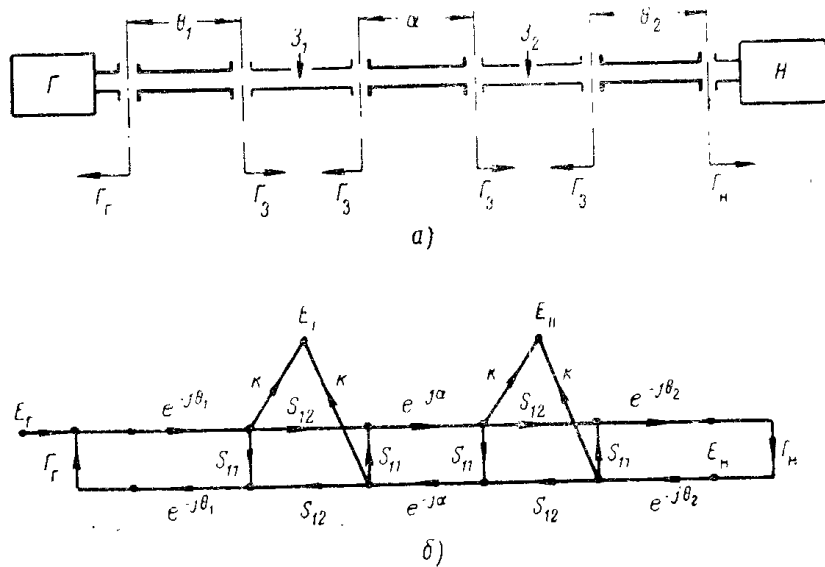


Рис. 6.8. Измеритель проходящей мощности с двумя рассогласованными зондами (датчиками), включенными между рассогласованным генератором и нагрузкой:

a — блок-схема устройства; G — генератор; H — нагрузка; Z_1 и Z_2 — зонды; b — ориентированный граф.

Для простоты можно принять, что отражения с каждого из датчиков, нагрузки и генератора одинаковы. Зависимость максимального значения δ от степени рассогласования в этом случае определяется графиком, представленным на рис. 6.9. Полезно рассмотреть некоторые частные случаи.

Пусть, например, $|S_{11}|=0$; $|S_{12}|=1$; $\varphi_{12}=0$; $\Gamma'_G \neq 0$; $\Gamma'_H \neq 0$ — случай неотражающих датчиков с пренебрежимо малыми потерями, включенных в тракт с рассогласованными генератором и нагрузкой. При этом из (6.12)

получим

$$\delta = \frac{2|\Gamma_H|^2}{1-|\Gamma_H|^2} = \frac{(r_H-1)^2}{2r_H}, \quad (6.13)$$

где r_H — КСВН нагрузки.

Заметим, что в случае согласованного генератора ($\Gamma_G=0$) выражение для δ должно быть тем же самым, поскольку в формулу (6.13) Γ_G не входит.

Из (6.12) видно, что и в данном, более общем случае погрешность рассогласования также не зависит от коэффициента отражения генератора Γ_G и расстояния до него θ_1 .

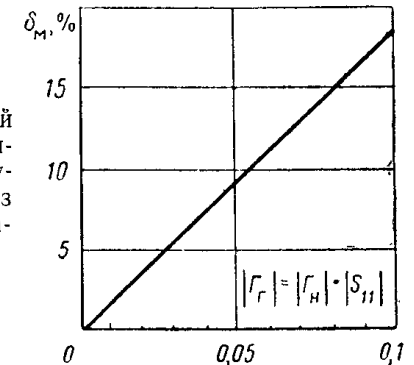


Рис. 6.9. Зависимость максимальной погрешности рассогласования рассчитанной по формуле (6.12), для случая, когда отражения от каждого из зондов, нагрузки и генератора одинаковы.

Этот вывод справедлив при любых значениях S_{11} и, следовательно, не связан с допущениями о малости S_{11} , сделанными при выводе формулы (6.12).

Пусть далее $\Gamma'_G \neq 0$; $S_{11} \neq 0$; $S_{12} \neq 0$; $\Gamma'_H = 0$.

В этом случае

$$\delta = \frac{1}{2|S_{12}|^4} [1 + |S_{12}|^2 (1 - 2|S_{12}|^2) - 2|S_{11}||S_{12}|\cos(\varphi_{11} + \varphi_{12})]. \quad (6.14)$$

Из (6.14) видно, что в случае отражающих датчиков с потерями погрешность рассогласования не равна нулю и для согласованной нагрузки.

При $|S_{11}|=0$; $|S_{12}|=1$ и $\varphi_{12}=0$ погрешность рассогласования δ , как и следовало ожидать, становится равной нулю.

В заключение рассмотрим одиночный отражающий симметричный зонд с подключенным к нему рассогласованным детектором, включенный между рассогласованными генератором и нагрузкой (рис. 6.10,а). Этот

случай аналогичен случаю обычной измерительной линии. Пусть, например, необходимо определить зависимость напряжения, снимаемого с детектора зонда, от его

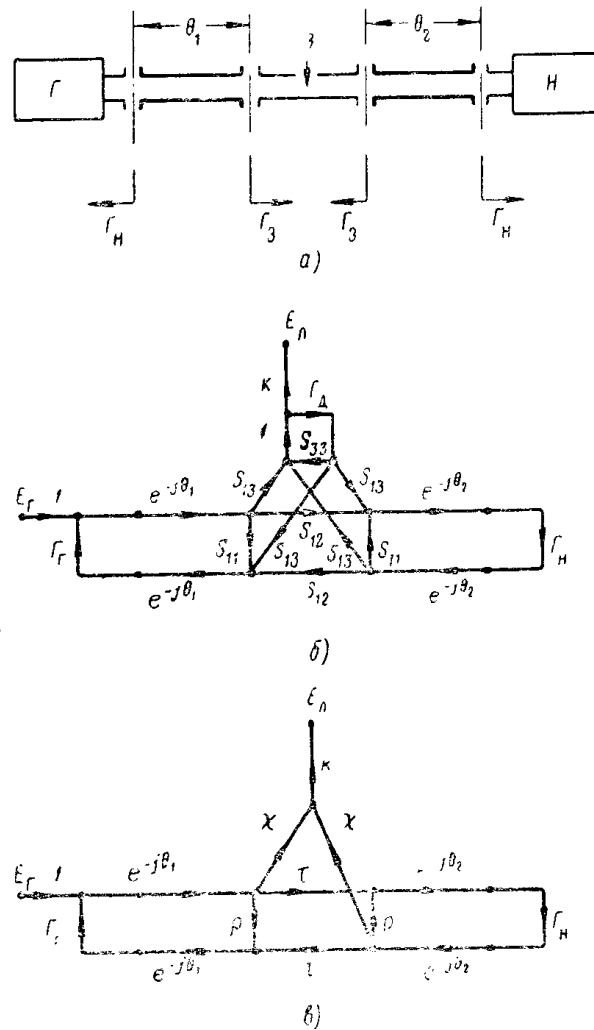


Рис. 6.10. Одиночный рассогласованный зонд, включенный между рассогласованными генератором и нагрузкой: а — блок-схема устройства; Г — генератор; Н — нагрузка; б — ориентированный граф; в — упрощенный ориентированный граф.

коэффициента отражения Γ_D , коэффициентов отражения генератора Γ_G , используемой нагрузки Γ_H , от электрических длин линий, с помощью которых зонд соединяется с генератором и нагрузкой, а также от собственных па-

раметров зонда, характеризующих отражения от него (S_{11}), потери в зонде (S_{12}) и степень связи его с основной линией (S_{13}). Ориентированный граф устройства в целом показан на рис. 6.10, б. В данном случае, однако, целесообразно его несколько видоизменить, перейдя от параметров S_{11} , S_{12} , S_{13} , S_{33} и Γ_D , характеризующих зонд и детектор в отдельности, к параметрам ρ , τ и χ , характеризующим их совместно. Зависимости между этими величинами могут быть найдены также с помощью ориентированного графа. На рис. 6.10, в показан видоизмененный ориентированный граф. Для решения поставленной задачи найдем все пути, идущие от E_G к E_D . Это

$$\chi k e^{-j\theta_1};$$

$$\chi k \tau \Gamma_H e^{-j(\theta_1 + 2\theta_2)},$$

а также контуры: первого порядка

$$\rho \Gamma_G e^{-j2\theta_1}; \quad \rho \Gamma_H e^{-j2\theta_2};$$

$$\tau^2 \Gamma_G \Gamma_H e^{-j2(\theta_1 + \theta_2)}$$

и второго порядка

$$\rho^2 \Gamma_G \Gamma_H e^{-j2(\theta_1 + \theta_2)}.$$

Применив правило некасающегося контура, получим искомую зависимость

$$E_D = \frac{\chi k E_G e^{-j(l-\theta_2)} [1 - \Gamma_H e^{-j2\theta_2} (\rho - \tau)]}{1 - \rho (\Gamma_G e^{-j2(l-\theta_2)} + \Gamma_H e^{-j2\theta_2}) - \Gamma_G \Gamma_H e^{-j2l} (\tau^2 - \rho^2)}, \quad (6.15)$$

где

$$l = \theta_1 + \theta_2; \quad \rho = S_{11} + \frac{S_{13}^2 \Gamma_D}{1 - S_{33} \Gamma_D};$$

$$\tau = S_{12} + \frac{S_{13}^2 \Gamma_D}{1 - S_{33} \Gamma_D}; \quad \chi = \frac{S_{13}}{1 - S_{33} \Gamma_D}.$$

Из (6.15) видно, что выходное напряжение детектора является сложной функцией Γ_G , Γ_D , Γ_H , θ_1 , θ_2 , S_{11} , S_{12} , S_{13} и S_{33} . Обращаясь к рассмотрению свойств измерительной линии, видим, что измеряемый КСВН в данном случае также зависит от этих величин, отличаясь от

КСВН, которое получилось бы при использовании неотражающего зонда. Характер зависимости в каждом конкретном случае можно уяснить, производя соответствующие расчеты с помощью формулы (6.15). Как и в рассмотренном в гл. 5 случае, здесь может оказаться полезным применение векторных диаграмм.

В заключение остановимся на некоторых частных случаях.

а) Пусть $\rho=0$, $\tau=1$ — зонд и детектор представляют собой неотражающее устройство, потерями в котором можно пренебречь, однако $\Gamma_r \neq 0$, $\Gamma_n \neq 0$. В этом случае из (6.15) получим

$$E_n/E_r = \frac{\chi k e^{-j(l-\theta_2)} (1 - \Gamma_n e^{-j2\theta_2})}{1 - \Gamma_r \Gamma_n e^{-j2l}}. \quad (6.16)$$

Из (6.16) видно, что напряжение на выходе детектора может изменяться в зависимости от Γ_r , Γ_n и l . Однако значение КСВН — отношение $(E_n/E_r)_{\max}$ к $(E_n/E_r)_{\min}$ при этом всегда остается постоянным и равным $\frac{1 + \Gamma_n}{1 - \Gamma_n}$.

б) Пусть $\Gamma_r=0$ (согласованный генератор), но $\rho \neq 0$, $\tau=1$, тогда из (6.15) получим

$$\frac{E_n}{E_r} = \frac{\chi k e^{-j(l-\theta_2)} [1 - \Gamma_n e^{-j2\theta_2} (\rho - \tau)]}{1 - \rho \Gamma_n e^{-j2\theta_2}}. \quad (6.17)$$

Этот случай аналогичен случаю рефлектометра для измерения модуля и фазы коэффициента отражения, подробно рассмотренному в гл. 5. Измеряемый КСВН здесь также изменяется в зависимости от ρ , Γ_n и θ_2 .

в) Пусть $\Gamma_r=0$, $\rho=0$, $\tau=1$ (согласованный генератор, неотражающий зонд без потерь), тогда

$$\frac{E_n}{E_r} = \chi k e^{-j(l-\theta_2)} (1 + |\Gamma_n| e^{-j(2\theta_2 - \varphi_n)}). \quad (6.18)$$

При этом измеряемый КСВН, как и в случае а), всегда равен

$$\frac{1 + |\Gamma_n|}{1 - |\Gamma_n|}.$$

Из (6.18) легко получается известное выражение для фазы коэффициента отражения нагрузки φ_n , определяе-

мой через расстояние от нагрузки до первого минимума, $l_{2\min}$.

Так как в минимуме

$$\left| \frac{E_n}{E_r} \right| = \left| \frac{E_n}{E_r} \right|_{\min} = \chi k (1 - |\Gamma_n|),$$

то $2\theta_2 - \varphi_n = +\pi$ и, следовательно,

$$\varphi_n = 2\beta l_{2\min} \pm \pi. \quad (6.19)$$

Задача 6.1

Определить отношение мощностей в выходных плечах неидеального, т. е. не обладающего идеальной симметрией и не полностью согласованного направленного ответвителя без потерь с подключенными к нему рассогласованными элементами: генератором Γ и тремя нагрузками H , M и Π (рис. 6.1).

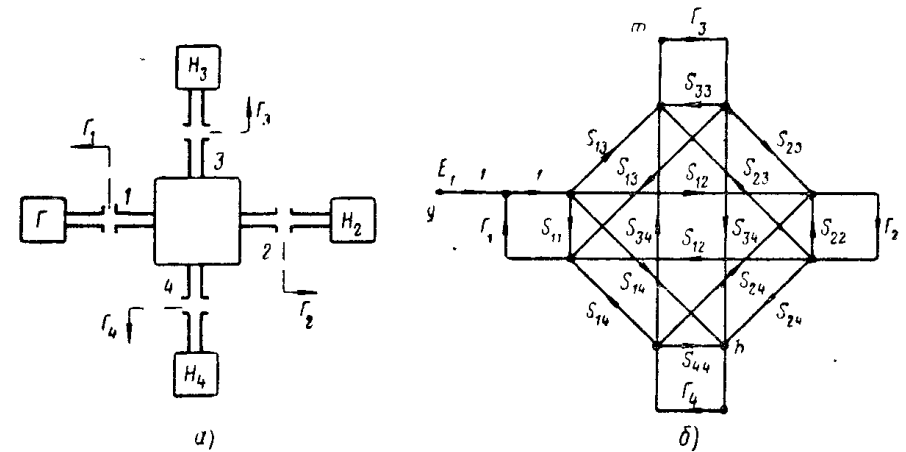


Рис. 6.11. Восьмиполюсник с подключенными к нему рассогласованными генератором и нагрузками:

а — собственно восьмиполюсник с нагрузками; Γ — генератор; H_2 , H_3 и H_4 — нагрузки; б — ориентированный граф восьмиполюсника.

Решение

Такой направленный ответвитель, по существу, представляет собой рассогласованный несимметричный взаимный восьмиполюсник без потерь с подключенными к нему рассогласованными нагрузками (рис. 6.11,а). Определим сначала комплексную амплитуду волны, падающей на одну из его нагрузок, например H_4 . Построим ориентированный граф устройства (рис. 6.11,б). Определим все пути от узла g к узлу h :

$$\begin{aligned} &S_{14}; \quad S_{12} S_{23} S_{34} \Gamma_2 \Gamma_3; \\ &S_{13} S_{34} \Gamma_3; \quad S_{13} S_{23} S_{24} \Gamma_2 \Gamma_3; \\ &S_{12} S_{24} \Gamma_2. \end{aligned}$$

Поскольку в данном случае требуется определить отношение мощностей, достаточно рассчитать лишь числитель выражения, определяющего комплексную амплитуду падающей волны, т. е. найти те контуры, которые не касаются перечисленных выше путей. Из всех контуров первого пути не касаются:

а) контуры первого порядка

$$S_{23}^2 \Gamma_2 \Gamma_3; S_{22} \Gamma_2; S_{33} \Gamma_3;$$

б) второго порядка

$$S_{22} S_{33} \Gamma_2 \Gamma_3.$$

Третьего пути не касается контур первого порядка $S_{22} \Gamma_2$ и, наконец, пятого пути не касается контур первого порядка $S_{33} \Gamma_3$. Воспользовавшись этими данными, с помощью правила некасающегося контура получим

$$b_4 = E_r \frac{S_{14} (1 - S_{23}^2 \Gamma_2 \Gamma_3 - S_{33} \Gamma_3 - S_{22} \Gamma_2 + S_{22} S_{33} \Gamma_2 \Gamma_3) + S_{12} S_{23} S_{34} \Gamma_2 \Gamma_3 + S_{13} S_{34} \Gamma_3 (1 - S_{22} \Gamma_2) + S_{13} S_{23} S_{24} \Gamma_2 \Gamma_3 + S_{12} S_{24} \Gamma_2 (1 - S_{33} \Gamma_3)}{N}, \quad (6.20)$$

где N — знаменатель.

Учитывая симметрию ориентированного графа (рис. 6.11, б), путем замены индексов $3 \rightleftharpoons 4$ напишем аналогичное выражение для b_3 — комплексной амплитуды волны, падающей на нагрузку N_3 . Используя выражение для b_3 и b_4 , получим окончательно выражение (6.1). Это выражение можно также получить непосредственно из (2.33).

Задача 6.2

Определить выражение для погрешности рассогласования измерителя проходящей мощности с двумя одинаковыми симметричными квадратичными отражающими датчиками, включенными на расстоянии $\Lambda/4$ друг от друга в тракт с рассогласованным генератором и нагрузкой (рис. 6.8, а).

Решение

Прежде всего определим напряжения на зондах E_I и E_{II} . Для этого на OG (рис. 6.8, б) найдем сначала все пути от E_r к E_I

$$k e^{-j\theta}; \quad k S_{11} S_{12} e^{-j(\theta_1 + 2\alpha)};$$

$$k S_{12}^3 \Gamma_H e^{-j[\theta_1 + 2(\alpha + \theta_2)]}.$$

Найдем также все контуры:

а) первого порядка

$$S_{11} \Gamma_r e^{-j2\theta_1}; \quad S_{11} S_{12}^2 \Gamma_r e^{-j2(\theta_1 + \alpha)};$$

$$S_{11}^2 e^{-j2\alpha}; \quad S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_H e^{-j2(\alpha + \theta_1 + \theta_2)};$$

$$S_{11} S_{12}^2 \Gamma_H e^{-j2(\alpha + \theta_2)}; \quad S_{11} \Gamma_H e^{-j2\theta_2};$$

б) второго порядка

$$S_{11}^3 \Gamma_r e^{-j2(\theta_1 + \alpha)}; \quad S_{11}^2 \Gamma_r \Gamma_H e^{-j2(\theta_1 + \theta_2)};$$

$$S_{11}^3 \Gamma_H e^{-j2(\alpha + \theta_2)}; \quad S_{11}^2 S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_H e^{-j2(\alpha + \theta_1 + \theta_2)};$$

$$S_{11}^2 S_{12}^2 \Gamma_r \Gamma_H e^{-2j(\alpha + \theta_1 + \theta_2)}$$

и

в) третьего порядка

$$S_{11}^4 \Gamma_r \Gamma_H e^{-j2(\alpha + \theta_1 + \theta_2)}.$$

Подставляя полученные значения передачи путей и контуров в формулу (2.1) и производя некоторые преобразования, получим следующее выражение для E_I :

$$E_I = k E_r e^{-j\theta_1} \left\{ \frac{1 - S_{11} [S_{11} + (S_{12}^2 - S_{11}^2) \Gamma'_H] e^{-j2\alpha} - S_{11} \Gamma'_H}{N} + \frac{S_{12} e^{-j2\alpha} [S_{12}^2 \Gamma'_H + S_{11} (1 - S_{11} \Gamma'_H)]}{N} \right\}, \quad (6.21)$$

где

$$N = 1 - S_{11} (\Gamma'_r + \Gamma'_H - S_{11} \Gamma'_r \Gamma'_H) -$$

$$- \{ (S_{12}^2 - S_{11}^2) [S_{11} (\Gamma'_r + \Gamma'_H) +$$

$$+ \Gamma'_r \Gamma'_H] + S_{11}^2 \} e^{-j2\alpha};$$

$$\Gamma'_r = \Gamma_r e^{-j2\theta_1}; \quad \Gamma'_H = \Gamma_H e^{-j2\theta_2}.$$

Первый член в фигурных скобках соответствует волне, распространяющейся в прямом направлении, второй — волне, распространяющейся в обратном направлении.

В частном случае неотражающих зондов, потерями в которых можно пренебречь, т. е. при $S_{11} = S_{22} = 0$, $S_{12} = 1$, получим

$$E_I = \frac{k E_r e^{-j\theta_1} (1 - \Gamma'_H)}{1 + \Gamma'_r \Gamma'_H}. \quad (6.22)$$

Чтобы определить E_{II} , найдем пути от E_r к E_{II}

$$k S_{12} e^{-j(\alpha + \theta_1)};$$

$$k S_{12}^2 \Gamma_H e^{-j(\alpha + \theta_1 + 2\theta_2)}.$$

Применяя правило некасающегося контура [формула 2.1], получим

$$E_{II} = kE_{\Gamma} S_{12} e^{-j(\alpha+\theta_1)} \left(\frac{1 - S_{11}\Gamma'_{\text{н}}}{N} + \frac{S_{12}\Gamma'_{\text{н}}}{N} \right), \quad (6.23)$$

где первый член в скобках опять соответствует прямой волне, а второй — обратной.

В частном случае, полагая $S_{11}=0$, $S_{12}=1$, получим

$$E_{II} = \frac{-jkE_{\Gamma} e^{-j\theta_1}(1 + \Gamma'_{\text{н}})}{1 + \Gamma'_{\Gamma}\Gamma'_{\text{н}}}. \quad (6.24)$$

Далее определим комплексную амплитуду волны, падающей на нагрузку. Снова воспользуемся ориентированным графом, представленным на рис. 6.8,б, из которого видно, что имеется всего лишь один путь из E_{Γ} в $E_{\text{н}}$:

$$S_{12}^2 e^{-j(\alpha+\theta_1+\theta_2)}.$$

Все контуры касаются этого пути. С помощью (2.1) получим

$$E_{\text{н}} = \frac{E_{\Gamma} S_{12}^2 e^{-j(\alpha+\theta_1+\theta_2)}}{N}. \quad (6.25)$$

При $S_{11}=0$, $S_{12}=1$

$$E_{\text{н}} = \frac{E_{\Gamma} e^{-j(\alpha+\theta_1+\theta_2)}}{1 + \Gamma'_{\Gamma}\Gamma'_{\text{н}}}. \quad (6.26)$$

Обычно величина проходящей мощности принимается равной среднему арифметическому из показаний двух квадратичных детекторов. При этом предполагают, что величины связи зондов с линией и чувствительности подключенных к ним детекторов одинаковы. В этом случае выражение для погрешности рассогласования имеет вид

$$\delta = \frac{1}{2k^2} \frac{(|E_I|^2 + |E_{II}|^2) - (1 - |\Gamma'_{\text{н}}|^2) |E_{\text{н}}|^2}{(1 - |\Gamma'_{\text{н}}|^2) |E_{\text{н}}|^2}. \quad (6.27)$$

Выражения для $|E_I|^2$, $|E_{II}|^2$ и $|E_{\text{н}}|^2$, соответствующие данному случаю, можно получить из (6.21), (6.23) и (6.25), полагая $\alpha=\pi/2$, т. е. считая, что расстояние между зондами равно $\Lambda/4$. Расчет квадратов модулей E_I , E_{II} и $E_{\text{н}}$ в данном случае является довольно громоздким. Целесообразно несколько упростить задачу, полагая, что все члены в уравнениях (6.21), (6.23) и (6.25), в которых S_{11} имеет степень выше первой, равны нулю. При выполнении этих условий получим

$$\dot{E}_I = kE_{\Gamma} e^{-j\theta_1} \left[\frac{1 - S_{11}\Gamma'_{\text{н}}(1 - S_{12}^2) - S_{12}(S_{11} + S_{12}^2\Gamma'_{\text{н}})}{\dot{N}} \right]; \quad (6.28)$$

$$\dot{E}_{II} = -jkE_{\Gamma} e^{-j\theta_1} \left[\frac{S_{12}(1 - S_{11}\Gamma'_{\text{н}}) + S_{12}^2\Gamma'_{\text{н}}}{\dot{N}} \right]; \quad (6.29)$$

$$\dot{E}_{\text{н}} = -jE_{\Gamma} e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \frac{S_{12}^2}{\dot{N}}, \quad (6.30)$$

где

$$\dot{N} = 1 - S_{11}(\Gamma'_{\Gamma} + \Gamma'_{\text{н}})(1 - S_{12}^2) + S_{12}^4\Gamma'_{\Gamma}\Gamma'_{\text{н}}.$$

Определяя квадраты модулей \dot{E}_I , \dot{E}_{II} и $E_{\text{н}}$ и, пренебрегая еще раз членами, в которых S_{11} имеет степень выше первой, получим выражение (6.12).

ЛИТЕРАТУРА

- 6.1. Beatty R. W. and Macpherson A. C. Mismatch Errors in Microwave Power Measurement. PIRE, 1953, v. 41, № 9, p. 1112—1119.

ГЛАВА 7

ПРИМЕНЕНИЕ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНЫХ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ СВЧ

7.1. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИСКРЕТНЫХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ. ФАЗОВЫЕ И АМПЛИТУДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Дискретные отражательные фазовращатели применяются в настоящее время, главным образом, в антенной технике [7. 1] и измерительной автоматике. Фазовращатели такого типа входят в качестве составных элементов в более сложные дискретные мостовые фазовращатели проходного типа.

Одним из самых простых способов реализации дискретных отражательных фазовращателей является каскадное включение сосредоточенных переключающих элементов в короткозамкнутый отрезок передающей линии. В качестве переключающих элементов в таком фазовращателе целесообразно использование *pin*-диодов, обладающих, как известно, рядом преимуществ: широкополосностью, большой предельно допустимой мощностью и т. д. Возможно также применение резонансных диодов.

Идеальные характеристики фазовращателя получаются при условии, что проводимость каждого из диодов изменяется от нуля до бесконечности. При использовании реальных диодов это условие, однако, не может быть выполнено полностью. В настоящем разделе рассматривается влияние неидеальности характеристик переключающих диодов на фазовые и амплитудные характеристики устройства, обеспечивающего дискрет-

ный сдвиг фазы отраженной волны на 0 , -90° , -180° , -270° .

Дискретный фазовращатель отражательного типа на переключающих диодах показан на рис. 7.1. Предположим, что для каждого из переключающих диодов возможны два состояния, при одном из которых его проводимость равна нулю, а при другом — бесконечности. Будем считать, что в первом случае управляющее напряжение на диод не подается, а во втором — подается.

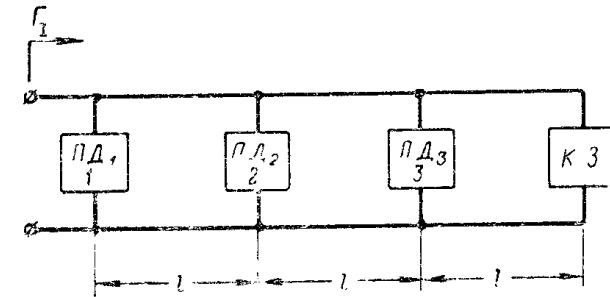


Рис. 7.1. Схема дискретного фазовращателя на переключающих диодах:

$ПД_1$, $ПД_2$, $ПД_3$ — первый, второй и третий переключающие диоды;
 $КЗ$ — короткое замыкание.

Тогда соответственно режимам работы устройства, представленного на рис. 7.1, при $l = \frac{\lambda}{8}$ в определенной отсчетной плоскости можно обеспечить следующие фазовые сдвиги $\Delta\psi$ отраженной волны:

- $\Delta\psi = 0$, когда проводимость первого диода $y_1 = \infty$;
- $\Delta\psi = -90^\circ$, когда проводимость первого диода равна нулю, а второго диода — бесконечности;
- $\Delta\psi = -180^\circ$, когда проводимости первого и второго диодов равны нулю, а проводимость третьего диода равна бесконечности;
- $\Delta\psi = -270^\circ$, когда проводимости всех диодов равны нулю.

Если потери в фазовращателе отсутствуют, коэффициент отражения по модулю во всех перечисленных случаях равен единице. Такой фазовращатель является идеальным.

Поскольку, однако, проводимость реального переключающего диода изменяется не от нуля, а от некоторого малого значения и достигает большой, но конеч-

ной величины, фазовые сдвиги, обеспечиваемые фазовращателем, отличаются от перечисленных выше. Наличие активных потерь в реальных диодах приводит к тому, что модуль коэффициента отражения становится меньше единицы. Таким образом, появляются фазовые и амплитудные погрешности фазовращателя. Другой существенной причиной погрешностей фазовращателя является изменение электрических длин отрезков, соединяющих диоды при изменении частоты.

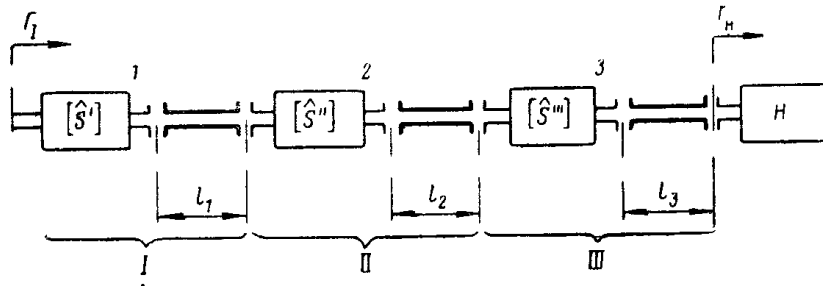


Рис. 7.2. Эквивалентная схема дискретного отражательного фазовращателя с тремя переключаемыми диодами (общий случай): 1, 2, 3 — переключаемые диоды; H — нагрузка; I, II, III — четырехполюсники, соответствующие диодам с подключенными к ним отрезками передающей линии.

Рассчитаем характеристики фазовращателя с учетом этих факторов. В общем случае каждый из диодов фазовращателя вместе с соответствующим ему отрезком линии передачи можно представить в виде взаимного четырехполюсника, а фазовращатель в целом — в виде каскадного соединения таких четырехполюсников с подключенной на его выходе отражающей нагрузкой (рис. 7.2). Комплексный коэффициент отражения на входе такого устройства определяется выражением (4.3):

$$\Gamma_1 = |\Gamma_1| e^{j\varphi} = S'_{11} + \frac{Q}{R}, \quad (7.1)$$

где Q и R определяются выражениями (4.4) и (7.27) (задача 7.1).

При расчете характеристик целесообразно ввести следующие допущения:

а) каждый диод представляет собой «плоскую» неоднородность, включенную в линию параллельно;

б) проводимость диода в обоих состояниях является чисто активной¹;

в) проводимости всех диодов одинаковы;

г) отрезки линий, включенные между диодами, а также между последним диодом и нагрузкой, имеют одинаковую длину, т. е.

$$l_1 = l_2 = l_3 = l;$$

д) нагрузка является чисто реактивной, т. е.

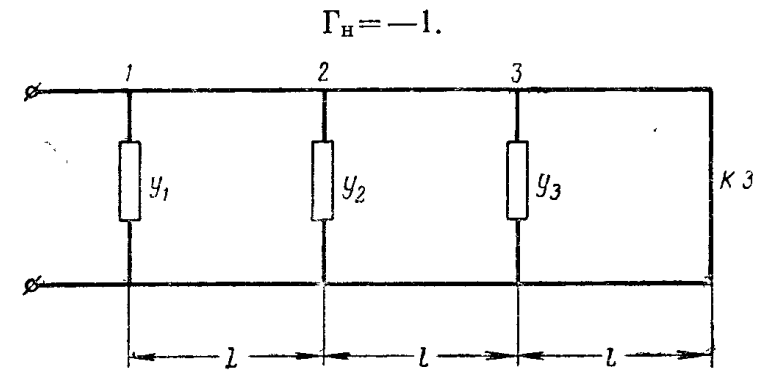


Рис. 7.3. Упрощенная эквивалентная схема дискретного отражательного фазовращателя с тремя переключаемыми диодами: 1, 2, 3 — переключаемые диоды; $K3$ — короткозамыкатель.

Эквивалентная схема фазовращателя для этого случая показана на рис. 7.3.

Обозначая в (3.15) через y_i нормированную проводимость диода, получим

$$\left. \begin{aligned} \widehat{S}_{11}^{(i)} = \widehat{S}_{22}^{(i)} = -\frac{y_i}{2 + y_i}; \\ \widehat{S}_{12}^{(i)} = \widehat{S}_{21}^{(i)} = \frac{2}{2 + y_i}, \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

где $i = 1, 2, 3$.

¹ Это допущение достаточно хорошо выполняется при использовании *pin*-диодов на сравнительно низких частотах, когда их собственными реактивностями можно пренебречь или в случае, когда эти реактивности скомпенсированы. Оно выполняется, по существу, и для резонансных диодов, параллельный и последовательный резонансы которых реализованы полностью.

Обозначим, кроме того, для краткости

$$\begin{aligned} \alpha_i &= -\frac{y_i}{2+y_i}, \\ \beta_i &= \frac{2}{2+y_i}, \\ \gamma &= e^{-\beta l}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Для Q и R тогда получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} Q &= \gamma^2 \alpha_2 \beta_1^2 - \gamma^4 \alpha_2^2 \alpha_3 \beta_1^2 + \gamma^4 \alpha_2 \alpha_3 \beta_1^2 + \gamma^6 \alpha_2^2 \beta_1^2 \beta_3^2 - \\ &- \gamma^6 \alpha_2^2 \beta_1^2 + \gamma^4 \alpha_3 \beta_1^2 \beta_2^2 + \gamma^6 \alpha_3^2 \beta_1^2 \beta_2^2 - \gamma^6 \beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2; \end{aligned} \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned} R &= 1 - \gamma^2 \alpha_1 \alpha_2 - \gamma^2 \alpha_2 \alpha_3 + \gamma^2 \alpha_3 - \gamma^4 \alpha_1 \alpha_3 \beta_2^2 + \gamma^4 \alpha_2 \beta_3^2 + \\ &+ \gamma^6 \alpha_1 \beta_2^2 \beta_3^2 + \gamma^4 \alpha_1 \alpha_2^2 \alpha_3 - \gamma^4 \alpha_2 \alpha_3^2 - \gamma^4 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - \\ &- \gamma^6 \alpha_1 \alpha_2^2 \beta_3^2 - \gamma^6 \alpha_1 \alpha_3^2 \beta_2^2 + \gamma^6 \alpha_1 \alpha_2^2 \alpha_3^2. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Управляющий элемент, как уже отмечалось, может находиться в двух состояниях в зависимости от того, подано ли на диод управляющее напряжение или нет. Проводимость диода y по высокой частоте во втором случае небольшая и диод сравнительно мало влияет на передачу энергии. В первом случае диод представляет собой достаточно большую проводимость, которая шунтирует передающую линию.

Рассмотрим частные случаи, соответствующие различным режимам работы фазовращателя, полагая $l_1 = l_2 = l_3 = l = \frac{\Lambda}{8}$.

1. Управляющее напряжение подано на первый диод.

Тогда y_1 — велико; $\alpha_1 \approx 1$; β_1 — мало; $y_2 = y_3$ — мало; $\alpha_2 = \alpha_3$ — мало; $\beta_2 = \beta_3 \approx 1$.

В этом случае в формулах (7.4) и (7.5) отбросим члены, содержащие произведение величин α_2 , α_3 и β_1 , если сумма их показателей степеней больше двух.

Соответствующие зависимости $|\Gamma|$ и ψ на входе фазовращателя от y_1 показаны на рис. 7.4.

$$0 \approx y_2 = y_3 < 0,2$$

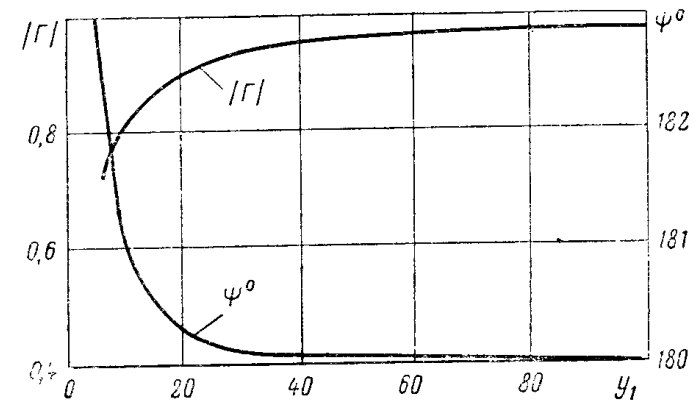


Рис. 7.4. Зависимость фазы ψ и модуля коэффициента отражения $|\Gamma|$ фазовращателя от величины нормированной проводимости первого диода.

Напряжение подано на первый диод:

$$l_1 = l_2 = l_3 = \frac{\Lambda}{8}; \quad \Lambda - \text{длина волны в линии.}$$

2. Напряжение подано на второй диод.

В этом случае y_2 — велико; $\alpha_2 \approx 1$; β_2 — мало; $y_1 = y_3$ — мало; $\alpha_1 = \alpha_3$ — мало; $\beta_1 = \beta_3 \approx 1$.

В формулах (7.4) и (7.5) отбросим члены, содержащие произведение величин α_1 , α_3 и β_2 , если сумма их показателей степеней больше двух.

Результаты расчетов показаны на рис. 7.5.

3. Напряжение подано на третий диод.

В этом случае y_3 — велико; $\alpha_3 \approx 1$; β_3 — мало; $y_1 = y_2$ — мало; $\alpha_1 = \alpha_2$ — мало; $\beta_1 = \beta_2 \approx 1$.

В формулах (7.4) и (7.5) отбросим члены, содержащие произведение величин α_1 , α_2 и β_3 , если сумма их показателей степеней больше двух.

На рис. 7.6 приведены результаты расчета модуля и фазы коэффициента отражения.

4. Управляющее напряжение не подано ни на один диод.

При этом $y_1=y_2=y_3=y$; y — небольшая величина; $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha$; α — небольшая величина; $\beta_1=\beta_2=\beta_3=\beta$.

Учитывая, что α мало, в формулах (7.4) и (7.5) отбросим члены, содержащие α в степени выше второй.

На рис. 7.7 показаны зависимости фазы и модуля коэффициента отражения на входе фазовращателя от нормированной проводимости y .

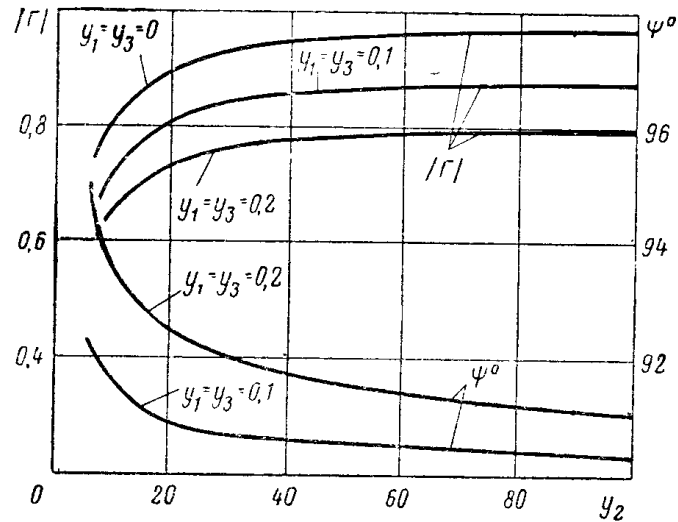


Рис. 7.5. Зависимость фазы ψ и модуля коэффициента отражения $|\Gamma|$ фазовращателя от величины нормированной проводимости диодов y . Напряжение подано на второй диод.

Влияние изменения электрической длины отрезков линии передачи фазовращателя на модуль и фазу отраженной волны, имеющее место, в частности, при работе фазовращателя в диапазоне частот в этом случае выражается кривыми, показанными на рис. 7.8.

Графики рис. 7.4—7.8 дают возможность оценить требования к используемым в фазовращателе переключаемым диодам.

Требования к проводимости диода, когда на него не подано управляющее напряжение, определяются из графиков рис. 7.7. Например, из этого рисунка видно, что

если коэффициент отражения фазовращателя по модулю должен быть не менее 0,85, нормированная проводимость каждого из переключающих диодов, когда на них не подано управляющее напряжение, должна быть не более 0,04. При этом фазовая погрешность фазовращателя равна приблизительно $0,3^\circ$.

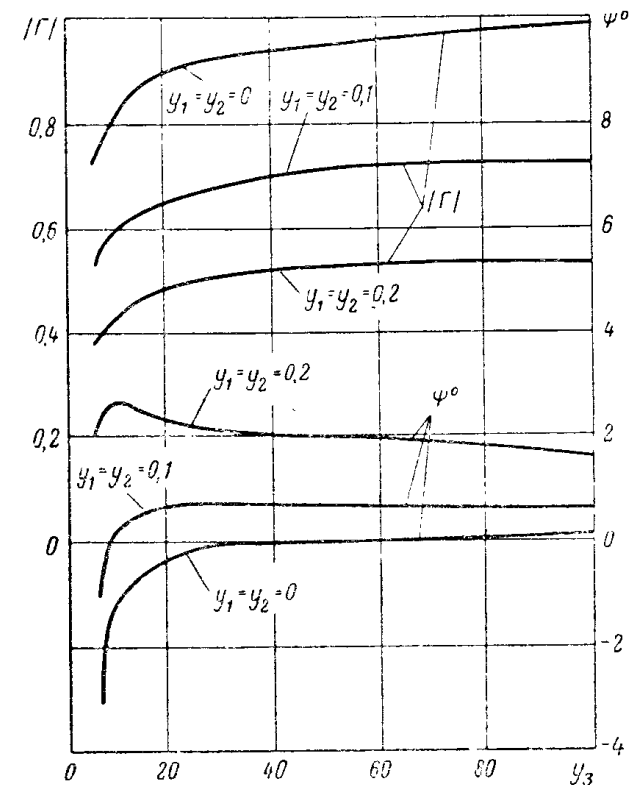


Рис. 7.6. Зависимость фазы и модуля коэффициента отражения фазовращателя от величины нормированной проводимости диодов y . Напряжение подано на третий диод.

Если амплитудная погрешность фазовращателя не имеет значения, то требования к качеству диода в зависимости от допустимой фазовой погрешности можно также определить из рис. 7.7. Так, если допустима фазовая погрешность в 1° , нормированная проводимость каждого диода должна быть не хуже 0,08. Разумеется, величина нормированной проводимости зависит не только от качества диодов, но также и от волнового сопротив-

ления используемой в фазовращателе передающей линии, в которую включаются эти диоды.

Требования к проводимости диодов, в случае когда на диод подано управляющее напряжение, можно определить из графиков рис. 7.4—7.6. Так, если для обесто-

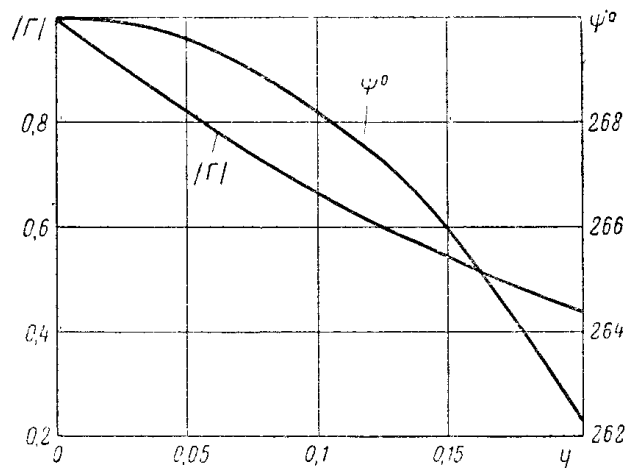


Рис. 7.7. Зависимость фазы и модуля коэффициента отражения фазовращателя от величины нормированной проводимости диодов y .

Напряжение не подано ни на один диод.

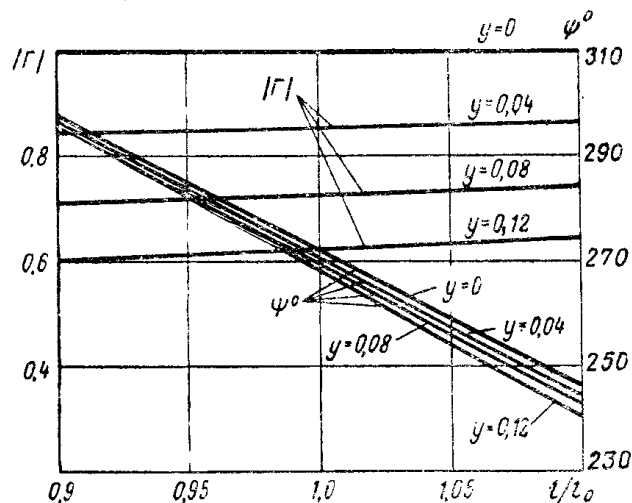


Рис. 7.8. Зависимость фазы и модуля коэффициента отражения фазовращателя от расстояния между диодами при различных значениях y .

Напряжение не подано ни на один диод.

ченных диодов $y=0$, то модулю коэффициента отражения, равному 0,85, соответствует значение $y=12$, т. е. нормированная проводимость диода, на которое подано управляющее напряжение, в этом случае должна быть не менее 12. Если для обесточенного диода $y=0,1$, то наихудший случай имеет место, когда управляющее напряжение подано на третий диод. В этом случае из графиков рис. 7.6 видно, что если для диода под напряжением $y=12$, то коэффициент отражения фазовращателя составляет 0,625 и фазовая погрешность составляет около половины градуса.

При работе фазовращателя в диапазоне частот (рис. 7.8) амплитуда коэффициента отражения изменяется незначительно. Фазовая погрешность в этом случае в основном определяется изменением электрической длины отрезков передающих линий и мало зависит от качества диодов. При работе фазовращателя в диапазоне частот, соответствующем изменению l в пределах $l=(0,9l_0 \div 1,1l_0)$, фаза отраженной волны изменяется приблизительно на $\pm 30^\circ$. При этом для значений проводимости диода ($y=0 \div 0,12$) фаза изменяется не более чем на 6° .

7.2. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИСКРЕТНЫХ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ ПРОХОДНОГО ТИПА

Рассмотрим переходной фазовращатель на переключаемых диодах, в котором используется щелевой мост (3-децибелный направленный ответвитель). Фазовращатели такого типа, так же как и аналогичные отражательные фазовращатели, могут быть использованы в качестве управляющих элементов в различных устройствах СВЧ.

Произведем оценку влияния неидеальности характеристик переключаемых диодов и щелевого моста на фазовые и амплитудные характеристики фазовращателя проходного типа.

Рассмотрим сначала дискретный фазовращатель на полупроводниковых управляющих диодах, в котором используется идеальный щелевой мост [7.2]. Конструкция такого фазовращателя схематически представлена на рис. 7.9. Фазовращатель состоит из щелевого моста (I),

двух закороченных на конце отрезков волновода (II), и

двух управляющих диодов (III), установленных на расстоянии m от короткозамыкающей стенки.

Высокочастотная энергия, поступающая в плечо (1) щелевого моста, делится поровну между его плечами (3) и (4). При этом волны в плечах (3) и (4) сдвинуты по фазе на 90° . Волны отражаются от короткозамыкателей плеч (3) и (4) и, поступая снова на щелевой мост, складываются таким образом, что вся энергия про-

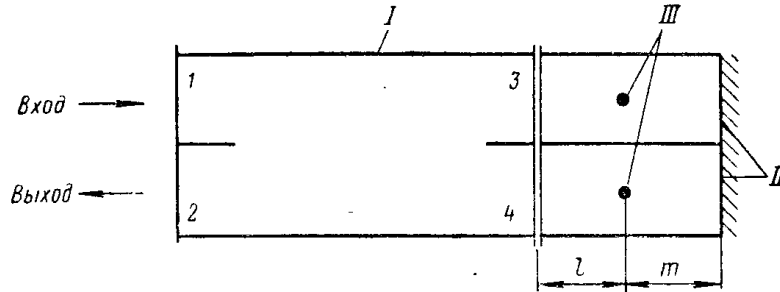


Рис. 7.9. Дискретный фазовращатель проходного типа на переключающих диодах:

I — щелевой мост; II — короткозамкнутый отрезок волновода; III — переключающие диоды.

ходит в плечо (2). Если на диоды не подано управляющее напряжение, каждый из них представляет собой достаточно большее сопротивление (будем считать его равным бесконечности), включенное параллельно в передающую линию. При этом условии высокочастотная энергия отражается от замыкающей стенки. Если на диоды подано управляющее напряжение, их сопротивление мало и в первом приближении его можно считать равным нулю. В этом случае волна отражается от плоскости расположения диода.

Если расстояние от диода до короткозамыкающей плоскости

$$m = \frac{\lambda_{\text{в}}}{8},$$

где $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны в волноводе, то $\Delta\psi$ — относительная разность фаз отраженных волн, соответствующих двум состояниям диода, равна 90° .

При $m = \frac{\lambda_{\text{в}}}{4}$

$$\Delta\psi = 180^\circ.$$

Включая последовательно два дискретных фазовращателя, обеспечивающих фазовые сдвиги $\Delta\psi = 90^\circ$ и $\Delta\psi = 180^\circ$, можно получить четыре дискретные значения фазы $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$.

Сопротивление реальных диодов изменяется не от бесконечности, а от некоторой, хотя и большей, но конечной величины; кроме того, оно не может быть сделано равным нулю. Вследствие этого характеристики реального фазовращателя отличаются от идеальных. Рассмотрим сначала влияние характеристик переключающих диодов на фазовые и амплитудные характеристики проходного фазовращателя со щелевым мостом.

Коэффициент передачи дискретного фазовращателя с идеальным щелевым мостом и неидеальными переключающими элементами

Рассчитаем характеристики дискретного фазовращателя (рис. 7.9) с учетом неидеальности переключающих диодов. Щелевой мост будем считать идеальным.

При расчете целесообразно, как и ранее, ввести следующие допущения:

- 1) каждый диод представляет собой «плоскую» неоднородность, включенную в линию параллельно;
- 2) проводимость диода является чисто активной;
- 3) проводимости обоих диодов одинаковы.

Составим ориентированный граф фазовращателя (рис. 7.10).

Используя передачи всех путей и контуров ориентированного графа (рис. 7.10) и производя вычисления согласно правилу некасающегося контура (2.1), получим следующее выражение для коэффициента передачи фазовращателя:

$$\alpha_3 + \alpha_3^2 \delta^2 + 2\alpha_3 \alpha_4 \delta^2 + \alpha_3^2 \alpha_4 \delta^4 - \beta_3^2 \delta^2 - \alpha_4 \beta_3^2 \delta^4 + \alpha_4 + \alpha_4^2 \delta^2 + \alpha_3 \alpha_4^2 \delta^4 - \quad (7.6)$$

$$T = \frac{j\gamma^2}{2} \cdot \frac{-\beta_4^2 \delta^2 - \alpha_3 \beta_4^2 \delta^4}{1 + \alpha_3 \delta^2 + \alpha_4 \delta^2 + \alpha_3 \alpha_4 \delta^4}.$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= e^{-j\beta l}; \\ \delta &= e^{-j\beta m}, \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

где l — длина отрезка передающей линии между щеле-

вым мостом и диодом; m — длина отрезка передающей линии между диодом и короткозамыкающей стенкой; β — постоянная распространения.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_3 &= -\frac{y_3}{2 + y_3}; \\ \alpha_4 &= -\frac{y_4}{2 + y_4}; \\ \beta_3 &= \frac{2}{2 + y_3}; \\ \beta_4 &= \frac{2}{2 + y_4}, \end{aligned} \right\} (7.8)$$

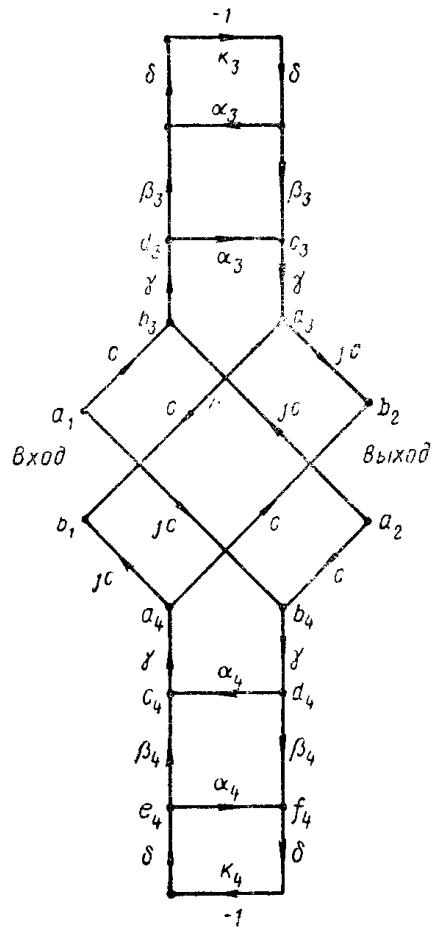


Рис. 7.10. Ориентированный граф дискретного фазовращателя проходного типа на переключательных диодах.

где y_3, y_4 — проводимости диодов, включенных соответственно в плечи (3) и (4).

Если диоды одинаковые, то

$$T = j\gamma^2 \frac{\alpha + \alpha^2 \delta^2 - \beta^2 \delta^2}{1 + \alpha \delta^2}. (7.9)$$

Это выражение можно представить в виде: $T = |T| e^{j\psi}$,

$$|T| = \sqrt{\frac{[\alpha - (1 + 2\alpha) \cos \chi]^2 + (1 + 2\alpha)^2 \sin^2 \chi}{(1 + \alpha \cos \chi)^2 + \alpha^2 \sin^2 \chi}}, (7.10)$$

$$\psi = \arg T = \arctg \frac{-(1 + 2\alpha) \sin \chi}{\alpha - (1 + 2\alpha) \cos \chi} - \arctg \frac{\alpha \sin \chi}{1 + \alpha \cos \chi} - 2\beta l + \frac{\pi}{2}. (7.11)$$

Фазовая погрешность фазовращателя в зависимости от проводимости диодов определяется выражением

$$\Delta\psi_0 = \psi|_y - \psi|_{y=0} (7.12)$$

для случая обесточенных диодов и

$$\Delta\psi_\infty = \psi|_y - \psi|_{y=\infty}; (7.13)$$

для случая, когда на диоды подано управляющее напряжение.

На рис. 7.11 и 7.12 представлены графики зависимости модуля коэффициента передачи и фазовой погреш-

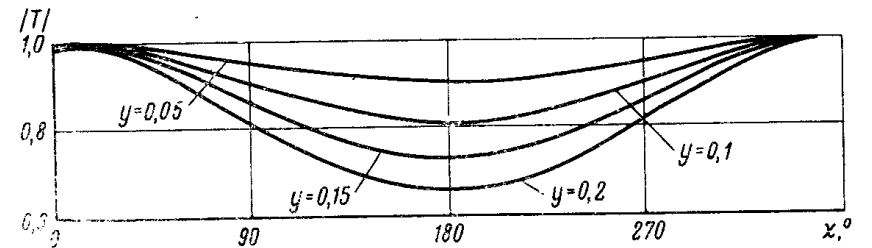


Рис. 7.11. Коэффициент передачи фазовращателя. На диоды не подано управляющее напряжение.

ности фазовращателя в зависимости от величины $\chi = -2\beta m$, рассчитанные по формулам (7.10) — (7.12) для случая обесточенных диодов.

Эти графики показывают, что минимальный коэффициент передачи и максимальные потери фазовращателя соответствуют фазовому сдвигу, равному 180° ($\chi = 180^\circ$). При $y = 0,1$ $|T| = 0,82$. При $\chi = 0$ или 360° потери в фазовращателе отсутствуют; в этом случае переключаемый диод находится в узле напряжения стоячей волны.

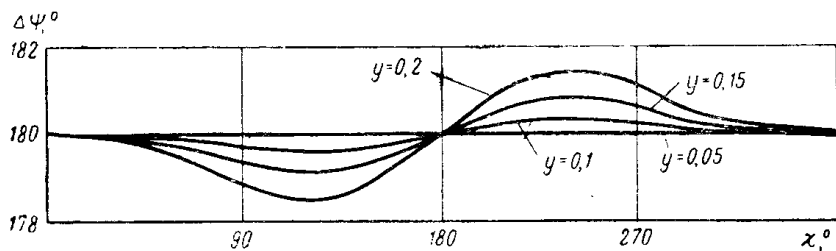


Рис. 7.12. Фазовая погрешность фазовращателя.
На диоды не подано управляющее напряжение.

Фазовая погрешность фазовращателя обращается в нуль при $\chi = 180^\circ$ и максимальна при $\chi = (120 \div 125)^\circ$ и $\chi = (235 \div 240)^\circ$.

Максимальная величина фазовой погрешности фазовращателя при $y = 0,1$ не превышает $0,4^\circ$.

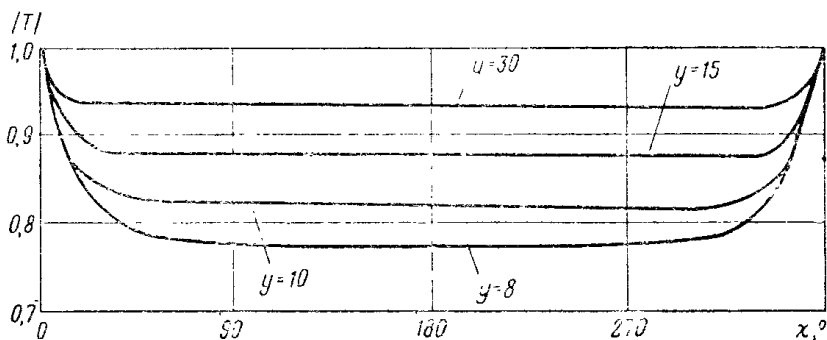


Рис. 7.13. Коэффициент передачи фазовращателя.
На диоды подано управляющее напряжение.

На рис. 7.13 и 7.14 представлены графики зависимости модуля коэффициента передачи и фазовой погрешности фазовращателя для случая, когда на диоды подано управляющее напряжение. В этом случае коэффициент передачи также равен 1 при $\chi = 0$ или 360° и мало изменяется при изменении χ в пределах $40^\circ < \chi < 320^\circ$.

При $y = 0,1$ минимальное значение коэффициента передачи составляет $0,875$.

Фазовая погрешность равна нулю при $\chi = 180^\circ$ и максимальна при $\chi = (20 \div 25)^\circ$ и $\chi = (335 \div 340)^\circ$. При $y = 10$ максимальная фазовая погрешность составляет $+2,3^\circ$.

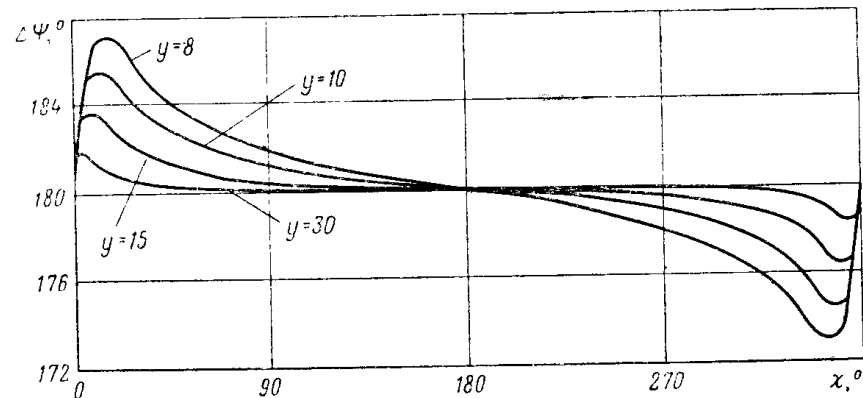


Рис. 7.14. Фазовая погрешность фазовращателя.
На диоды подано управляющее напряжение.

а) Фазовращатель, обеспечивающий относительные значения сдвига фазы 0 и 90°

Рассмотрим случай, когда расстояние от плоскости расположения диодов до плоскости короткого замыкания равно $\frac{\lambda_B}{8}$; тогда фазовращатель обеспечивает относительные дискретные значения фазового сдвига 0 и 90° , причем абсолютные значения фазового сдвига при $y = 1$ равны соответственно 180° и 270° .

Полагая

$$m = \frac{\lambda_B}{8}$$

и

$$\chi = -\frac{\pi}{2},$$

из (7.9) получим

$$T = j\gamma^2 \frac{\alpha + j(1 + 2\alpha)}{1 - j\alpha}. \quad (7.14)$$

Кривые зависимости модуля коэффициента передачи и фазового сдвига фазовращателя от нормированной проводимости диодов представлены на рис. 7.15 и 7.16.

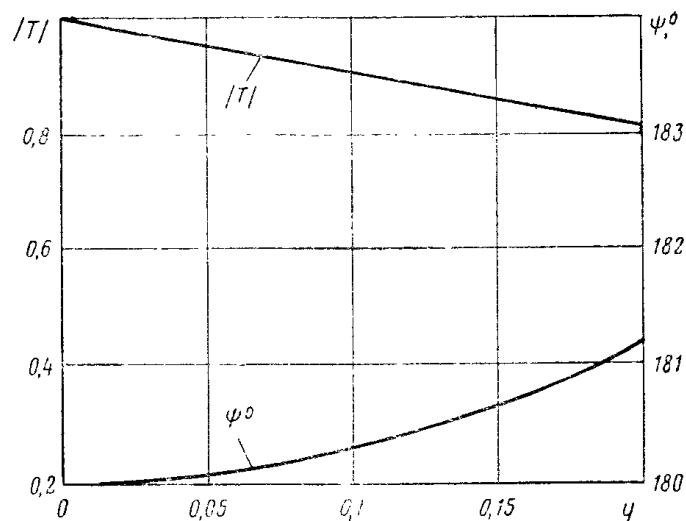


Рис. 7.15. Зависимость модуля и фазы коэффициента передачи дискретного проходного фазовращателя $0-90^\circ$ от нормированной проводимости диодов $\left(m_0 = \frac{\lambda_B}{8}\right)$.
Напряжение на диоды не подано.

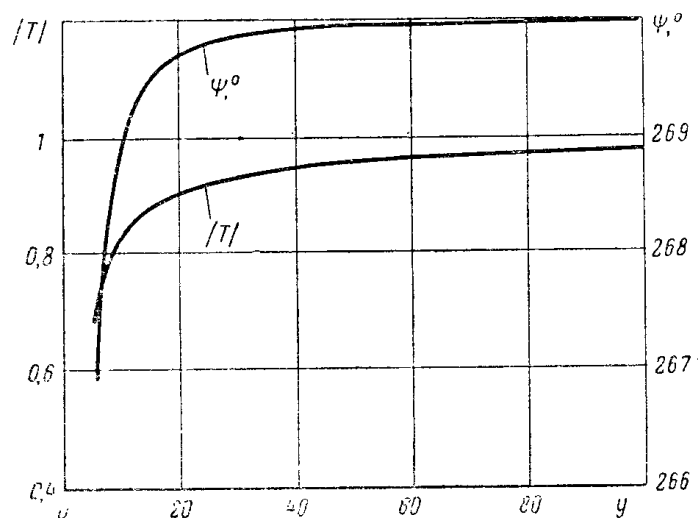


Рис. 7.16. Зависимость модуля и фазы коэффициента передачи дискретного проходного фазовращателя $0-90^\circ$ от нормированной проводимости диодов $\left(m_0 = \frac{\lambda_B}{8}\right)$.
На диоды подано напряжение.

Рис. 7.15 соответствует случаю, когда на диоды напряжение не подано. В идеальном случае $y=0$, $|T|=1$ и $\psi=180^\circ$. С увеличением проводимости диода коэффициент передачи уменьшается, а фазовый сдвиг увеличивается. Из графика (рис. 7.15) видно, что если, например, требуется обеспечить коэффициент передачи фазовращателя не менее 0,9, нормированная проводимость должна быть не более 0,1. При этом фаза отличается от номинального значения примерно на $0,3^\circ$.

Рис. 7.16 соответствует случаю, когда на диоды подано напряжение. В идеальном случае $y=\infty$, $|T|=1$ и $\psi=270^\circ$. С уменьшением проводимости диода коэффициент передачи и фазовый сдвиг уменьшаются.

Если требуется обеспечить коэффициент передачи фазовращателя не менее 0,9, нормированная проводимость диода должна быть не менее 20.

Характеристики фазовращателя $0-90^\circ$ в случае, когда расстояние от диодов до плоскости короткого замыкания несколько отличается от $\frac{\lambda_B}{8}$, как это имеет место, например, при работе фазовращателя в некотором диапазоне частот, можно определить с помощью графиков, представленных на рис. 7.12.

б) Фазовращатель, обеспечивающий относительные значения фазового сдвига 0 и 180°

Чтобы фазовращатель обеспечивал относительные значения фазового сдвига 0 и 180° , расстояние от плоскости расположения диодов до короткозамыкающей стенки должно быть равно $\frac{\lambda_B}{4}$.

В этом случае $\chi = -180^\circ$ и

$$T = j\gamma^2 \frac{y-1}{y+1}. \quad (7.15)$$

Выражение показывает, что коэффициент передачи фазовращателя $0-180^\circ$ представляет собой чисто мнимую величину. Это означает, что при не очень больших отличиях значений проводимости диода от идеальных фазовые погрешности устройства равны нулю. Физически, как уже указывалось, это объясняется тем, что в данном случае диод располагается в пучности стоячей волны напряжения, т. е. в точке, где входное сопротивление линии является чисто активным, и поэтому изме-

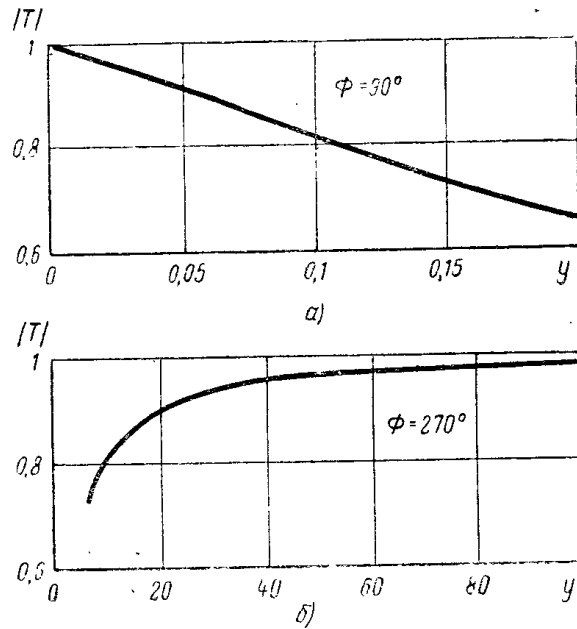


Рис. 7.17. Зависимость модуля коэффициента передачи дискретного проходного фазовращателя $0-180^\circ$ от нормированной проводимости диодов:

а — напряжение на диоды не подано; б — напряжение на диоды подано.

нение активного сопротивления диода изменяет лишь амплитуду отраженной волны, не меняя ее фазы.

На рис. 7.17 представлены кривые зависимости модуля коэффициента передачи от проводимости диода. Из этих кривых видно, например, что если коэффициент передачи должен быть не менее 0,9, нормированная проводимость диодов в случае, когда на них не подано управляющее напряжение, должна быть не более 0,05, а когда управляющее напряжение подано — не менее 20.

Рассмотрим более подробно характеристики фазовращателя в случае, когда расстояние от диодов до плоскости короткого замыкания отличается от $\frac{\lambda_B}{4}$.

На рис. 7.18 и 7.19 представлены кривые модуля коэффициента передачи и фазовой погрешности для фазовращателя $0-180^\circ$. Как видно из этих рисунков, при изменении расстояния m в пределах $0,9 \leq \frac{m}{m_0} \leq 1,1$ при

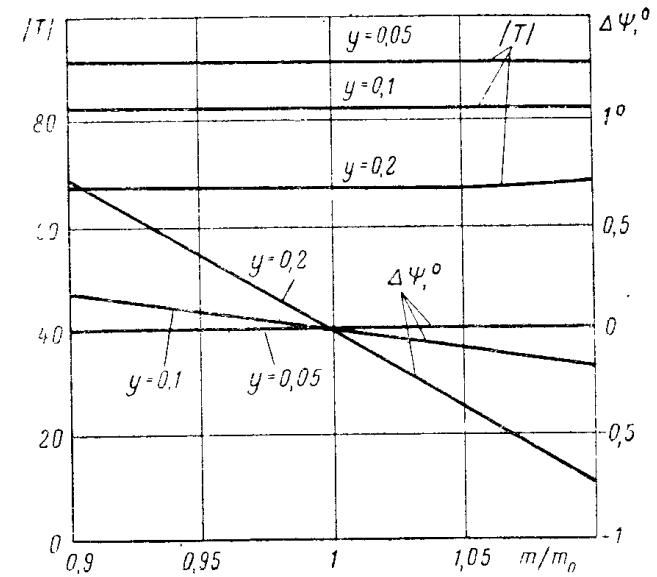


Рис. 7.18. Зависимость модуля коэффициента передачи и изменения фазового сдвига, вносимого проходным дискретным фазовращателем

$$0-180^\circ, \text{ от } \frac{m}{m_0} \left(m_0 = \frac{\lambda_B}{4} \right).$$

Напряжение на диоды не подано.

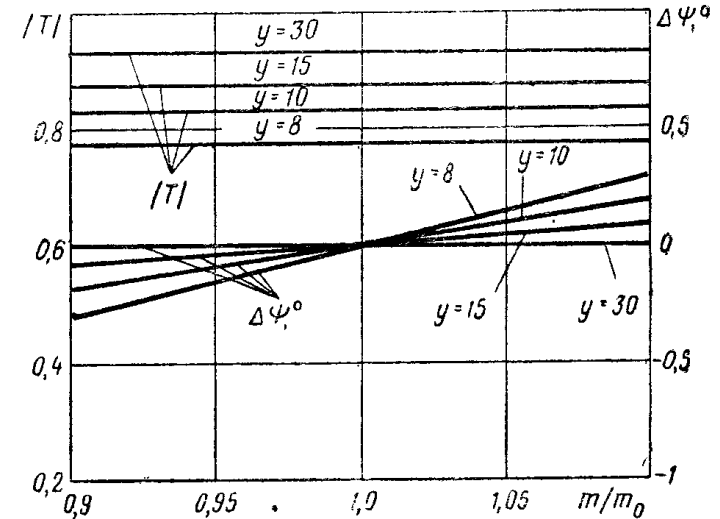


Рис. 7.19. Зависимость модуля коэффициента передачи и изменения фазового сдвига, вносимого проходным дискретным фазовращателем

$$0-180^\circ, \text{ от } \frac{m}{m_0} \left(m_0 = \frac{\lambda_B}{4} \right).$$

Напряжение на диоды подано.

$y < 0,2$ и при $y > 8$ фазовая погрешность фазовращателя составляет доли градуса.

Погрешности фазовращателя, возникающие за счет неидеальности характеристик щелевого моста

Определим теперь погрешности фазовращателя со щелевым мостом, возникающие за счет неидеальности характеристик щелевого моста. Ориентированный граф фазовращателя, содержащего неидеальный щелевой мост, имеет вид, показанный на рис. 2.13,б.

Коэффициент передачи фазовращателя от плеча (1) к плечу (2) определяется выражением (2.33).

Щелевой мост обычно принято характеризовать величиной согласования входных и выходных плеч, степенью неравномерности деления мощности между двумя выходными плечами при подаче энергии во входное плечо и величиной развязки изолированных плеч.

Рассмотрим сначала, каким образом на амплитудные и фазовые погрешности фазовращателя влияет неравномерность деления мощности щелевого моста. Будем считать щелевой мост идеальным (но не трехдецибельным) направленным ответвителем без потерь. Матрица рассеяния такого моста имеет следующий вид:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & |S_{13}| & j|S_{14}| \\ 0 & 0 & j|S_{14}| & |S_{13}| \\ j|S_{13}| & -j|S_{14}| & 0 & 0 \\ j|S_{14}| & |S_{13}| & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.16)$$

Плечи (3) и (4) щелевого моста будем считать нагруженными идеальными короткозамыкателями, расположенными на расстоянии m от щелевого моста:

$$\Gamma_3 = \Gamma_4 = -e^{j\chi}, \quad (7.17)$$

где

$$\chi = -2\beta m.$$

β — постоянная распространения.

Подставим выражение для коэффициентов матрицы рассеяния в формулу (2.33). Тогда получим

$$\begin{aligned} T &= \hat{S}_{12} = -2j|S_{13}||S_{14}|e^{j\chi}; \\ |T| &= 2|S_{13}||S_{14}|; \\ \psi &= \arg T = \chi - \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Из этого выражения видно, что при неидеальном делении мощности щелевым мостом имеют место только амплитудные погрешности. Чтобы определить их, учтем, что матрица рассеяния устройства без потерь является унитарной. Используя свойства этой матрицы [выражение (1.56)], из уравнения (7.16) получим

$$|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1.$$

Обозначим через ζ_p отношение мощностей в плечах (3) и (4) щелевого моста при возбуждении его со стороны плеча 1:

$$\zeta_p = \frac{|S_{14}|^2}{|S_{13}|^2}.$$

Используя эти равенства, запишем выражение для коэффициента передачи в следующем виде:

$$|T| = \frac{2\sqrt{\zeta_p}}{1 + \zeta_p}. \quad (7.19)$$

Зависимость модуля коэффициента передачи от параметра ζ_p , вычисленная по формуле (7.19), представлена на рис. 7.20.

Определим теперь, каким образом на характеристики фазовращателя влияет неидеальность других параметров щелевого моста: неидеальная развязка изолированных плеч и неидеальное согласование входных и выходных плеч. Деление мощности при этом будем считать идеальным.

Щелевой мост будем считать полностью симметричным относительно плоскостей $A-A$ и $B-B$ (рис. 7.21). В этом случае можно записать

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = S_{33} = S_{44}; \\ S_{12} &= S_{34}; \end{aligned}$$

$$S_{13} = S_{24};$$

$$S_{14} = S_{23}.$$

Будем также считать, что щелевой мост не имеет потерь. Выберем отсчетные плоскости во входных и выходных

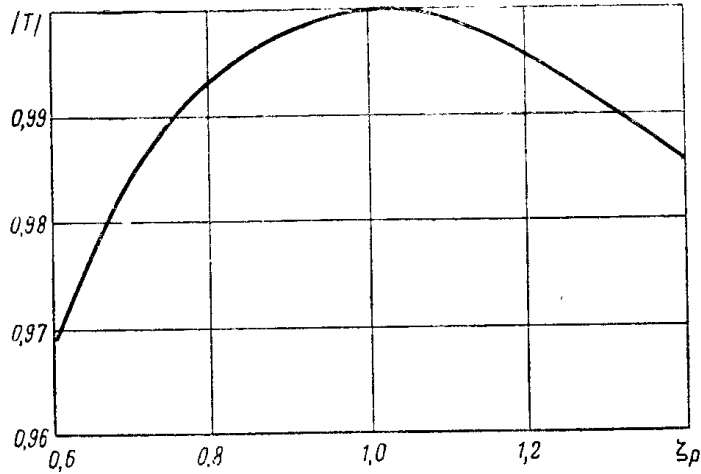


Рис. 7.20. Зависимость коэффициента передачи фазовращателя от коэффициента неравномерности деления мощности щелевого моста.

ных плечах щелевого моста таким образом, чтобы коэффициент передачи S_{12} между развязанными плечами (1 и (2) щелевого моста был бы чисто действительным

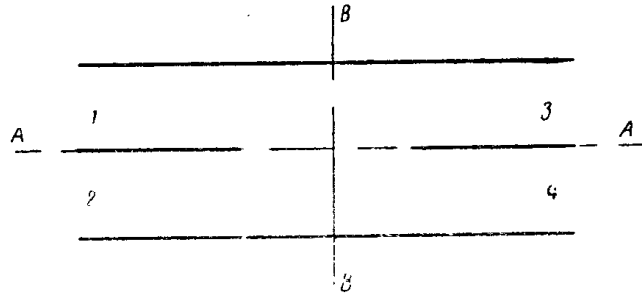


Рис. 7.21. Полностью симметричный щелевой мост: А—А и В—В—плоскости симметрии моста.

В силу симметрии моста при этом действительным будет также и коэффициент S_{34} .

При таком выборе отсчетных плоскостей матричные коэффициенты щелевого моста можно записать в сле-

дующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= U_{11} + jV_{11}; \\ S_{12} &= U_{12}; \\ S_{13} &= U_{13} + jV_{13}; \\ S_{14} &= U_{14} + jV_{14}; \end{aligned} \right\} \quad (7.20)$$

где

$$U_{11}, U_{12}, U_{13}, U_{14}, V_{11}, V_{13} \text{ и } V_{14}$$

— действительные числа.

Используя (7.17) и (7.20), представим выражение (2.33) в следующем виде:

$$T = \frac{A + jB}{C + jD}, \quad (7.21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= a_0 + a_1 \sin \chi + a_2 \cos \chi + a_3 \sin 2\chi + a_4 \cos 2\chi; \\ B &= a_2 \sin \chi - a_1 \cos \chi + a_4 \sin 2\chi - a_3 \cos 2\chi; \\ a_0 &= U_{12}; \\ a_1 &= -2U_{12}V_{11} + 2V_{13}U_{14} + 2U_{13}V_{14}; \\ a_2 &= 2U_{11}U_{12} - 2U_{13}U_{14} + 2V_{13}V_{14}; \\ a_3 &= -2U_{11}U_{12}V_{11} + 2U_{13}U_{14}V_{11} + 2U_{11}U_{14}V_{13} + \\ &+ 2U_{11}U_{13}V_{14} - 2V_{11}V_{13}V_{14} - 2U_{12}U_{13}V_{13} - 2U_{12}U_{14}V_{14}; \\ a_4 &= -U_{12}^3 + U_{11}^2U_{12} - U_{12}V_{11}^2 - 2U_{11}U_{13}U_{14} + \\ &+ 2U_{14}V_{11}V_{13} + U_{13}V_{11}V_{14} + 2U_{11}V_{13}V_{14} + \\ &+ U_{12}U_{13}^2 - U_{12}V_{13}^2 + U_{12}U_{14}^2 - U_{12}V_{14}^2; \\ C &= 1 + C_1 \sin \chi + C_2 \cos \chi + C_3 \sin 2\chi + C_4 \cos 2\chi; \\ D &= C_2 \sin \chi - C_1 \cos \chi + C_4 \sin 2\chi - C_3 \cos 2\chi; \\ C_1 &= -2V_{11}; \\ C_2 &= 2U_{11}; \\ C_3 &= -2U_{11}V_{11}; \\ C_4 &= -U_{12}^2 + U_{11}^2 - V_{11}^2. \end{aligned} \right\} \quad (7.22)$$

Учтем условия унитарности, которые накладываются на элементы матрицы $[S]$. В случае полностью симметричного восьмиполосника без потерь, используя унитарность его матрицы рассеяния и условия (7.20), запишем:

$$\begin{aligned}
U_{11}^2 + V_{11}^2 + U_{12}^2 + U_{13}^2 + V_{13}^2 + U_{14}^2 + V_{14}^2 &= 1; \\
U_{11}U_{12} + U_{13}U_{14} + V_{13}V_{14} &= 0; \\
U_{11}U_{13} + U_{12}U_{14} + V_{11}V_{13} &= 0; \\
U_{11}U_{14} + U_{12}U_{13} + V_{11}V_{14} &= 0.
\end{aligned} \tag{7.23}$$

К этим выражениям добавим равенство

$$U_{13}^2 + V_{13}^2 = U_{14}^2 + V_{14}^2, \tag{7.24}$$

выражающее идеальность деления мощности щелевым мостом. Комбинируя выражения (7.23) и (7.24), получим

$$\begin{aligned}
(1 - 2U_{12}^2 - 2U_{13}^2 - 2U_{14}^2)(1 - 2U_{12}^2 - 2U_{13}^2 - \\
- 2U_{14}^2 + 32U_{12}^2U_{13}^2U_{14}^2) = 0.
\end{aligned} \tag{7.25}$$

Это равенство удовлетворяется, если обращается в нуль один из сомножителей. Заметим, что первый и сомножителей получается из второго как частный случай, когда одна из величин U_{12} , U_{13} или U_{14} обращается в нуль. Поэтому представляется интерес исследовать более общий случай — обращение в нуль второго сомножителя.

В этом случае получим

$$U_{14}^2 = \frac{1 - 2U_{12}^2 - 2U_{13}^2}{2 - 32U_{12}^2U_{13}^2}. \tag{7.26}$$

Так как U_{14} — действительная величина, $U_{14}^2 \geq 0$. Нетрудно видеть, что уравнение (7.26) определяет область возможных изменений величин U_{12} и U_{13} ; точки, соответствующие возможным значениям U_{12} и U_{13} на плоскости U_{12} , U_{13} , должны находиться внутри круга с центром в начале координат и с радиусом, равным $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (рис. 7.22)

Используя (7.23), (7.24) и (7.26), выразим U_{11} , V_{13} , U_{14} и V_{14} через U_{12} и U_{13} .

Таким образом, величины амплитудных и фазовых погрешностей фазовращателя определяются двумя независимыми переменными U_{12} и U_{13} и изменяются с изменением χ . Напомним, что отсчетные плоскости были в

браны таким образом, чтобы $V_{12} = 0$, и поэтому $U_{12} = |S_{12}|$ представляет собой модуль коэффициента передачи между изолированными плечами щелевого моста и характеризует собой развязку изолированных плеч моста. Исследование зависимости фазовой погрешности фазовращателя от U_{12} и U_{13} показывает, что максимальная величина этой погрешности в основном определяется величиной U_{12} , обращается в нуль при $U_{12} = 0$ и мало зависит от U_{13} .

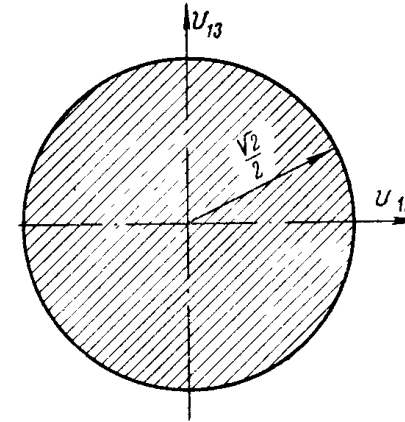


Рис. 7.22. Область изменения переменных U_{12} и U_{13} .

Определим зависимость погрешности фазовращателя от величины U_{12} при $U_{13} = 0$.

В этом случае:

$$\begin{aligned}
U_{11} &= 0; \\
U_{14}^2 &= 0,5 - U_{12}^2; \\
V_{11} &= U_{12}; \\
V_{13}^2 &= 0,5 - U_{12}^2; \\
V_{14} &= 0.
\end{aligned}$$

Подставляя эти равенства в выражения (7.21) и (7.22), получим выражение для коэффициента передачи фазовращателя.

На рис. 7.23 представлены графики зависимости модуля коэффициента передачи фазовращателя в зависимости от χ для нескольких значений $|S_{12}|$ — модуля коэффициента передачи между изолированными плеча-

ми щелевого моста. Эта зависимость имеет волнообразный характер; при $|S_{12}|=0,1$ (развязка 20 дБ) минимальное значение коэффициента передачи составляет примерно 0,975.

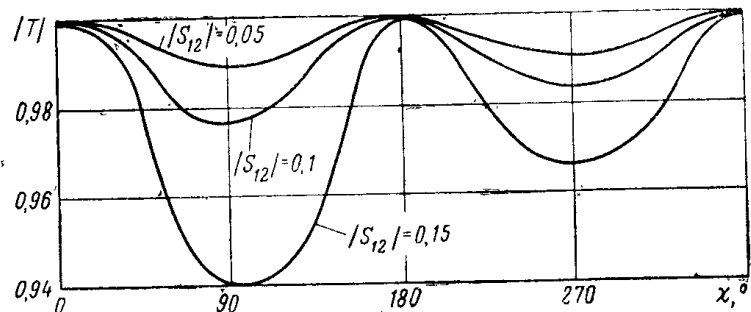


Рис. 7.23. Коэффициент передачи фазовращателя с неидеальным щелевым мостом.

На рис. 7.24 приведены графики зависимости фазовой погрешности фазовращателя от χ . Эта зависимость близка к синусоидальной. При $|S_{12}|=0,1$ максимальная фазовая погрешность составляет примерно $\pm 11,5^\circ$.

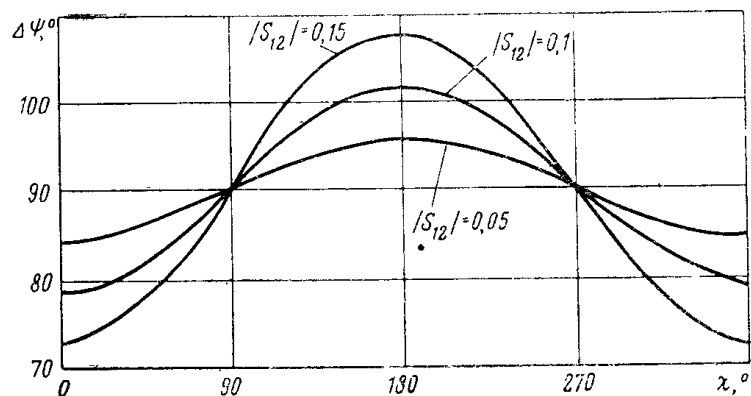


Рис. 7.24. Фазовая погрешность фазовращателя с неидеальным щелевым мостом.

График, представленный на рис. 7.25, иллюстрирует зависимость максимальной фазовой погрешности фазовращателя от величины развязки изолированных плеч щелевого моста. При $|S_{12}| \leq 0,2$ эта зависимость практически не отличается от линейной.

Рис. 7.25 дает также возможность определить требования к развязке изолированных плеч щелевого моста по заданным требованиям к величине допустимой фазовой погрешности фазовращателя. Так, например, если требуется, чтобы максимальная погрешность фазовращателя не превышала $\pm 3^\circ$, величина $|S_{12}|$ должна быть не более 0,0265, т. е. развязка изолированных плеч щелевого моста должна быть не менее 32 дБ.

Полученные результаты показывают, что неидеальная развязка изолированных плеч щелевого моста может

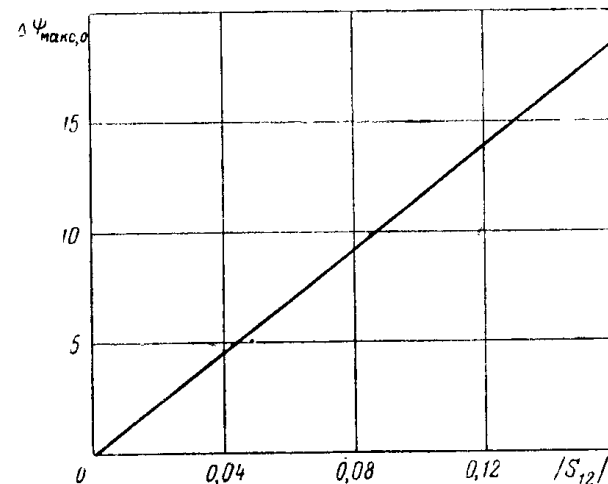


Рис. 7.25. Зависимость фазовой погрешности от величины развязки изолированных плеч щелевого моста.

явиться причиной весьма значительной фазовой погрешности фазовращателя. Так, при развязке в 20 дБ максимальная фазовая погрешность достигает $\pm 11,5^\circ$. Следует заметить, что для фазовращателя на переключаемых диодах, который обеспечивает только два дискретных значения фазового сдвига, можно исключить вредное влияние неидеальной развязки изолированных плеч щелевого моста, соответственно изменив расстояние l между диодами и плоскостью короткого замыкания.

Фазовую погрешность можно также свести к нулю, подбирая расстояние l . Для фазовращателя $0-180^\circ$ такой выбор расстояния l соответствует точкам $\chi_1=90^\circ$ и $\chi_2=270^\circ$ (рис. 7.24), для фазовращателя $0-90^\circ$ — точкам $\chi_1=135^\circ$ и $\chi_2=225^\circ$. Такая компенсация (или, точ-

нее, нейтрализация) влияния неидеальной развязки мощности может быть достигнута при номинальных значениях расстояния, т. е. при $m = \frac{\lambda_{\text{в}}}{4}$ и $m = \frac{\lambda_{\text{в}}}{8}$, для фазовращателей $0-180^\circ$ и $0-90^\circ$ соответственно. В этом случае в диапазоне частот будет иметь место только фазовая погрешность за счет изменения электрической длины отрезка линии передачи между диодами и короткозамыкателями.

Задача 7.1

Определить входной коэффициент отражения цепочки из трех каскадно-включенных взаимных четырехполюсников с потерями, разделенных отрезками передающей линии произвольной длины без потерь и нагруженных на рассогласованную нагрузку.

Решение

Входной коэффициент отражения цепочки из трех взаимных каскадно-включенных, непосредственно связанных друг с другом четырехполюсников, нагруженных на произвольную нагрузку, определяется выражением (4.3):

$$\Gamma = S'_{11} + \frac{Q}{R}.$$

Представим теперь каждый четырехполюсник в соответствии с рис. 7.2 в виде нового четырехполюсника с подключенным к его выходу отрезком передающей линии длиной l_i .

В этом случае имеем

$$\begin{aligned} S_{11}^{(i)} &= \tilde{S}_{11}^{(i)}; \\ S_{12}^{(i)} &= \tilde{S}_{12}^{(i)} e^{-j\beta l_i}; \\ S_{22}^{(i)} &= \tilde{S}_{22}^{(i)} e^{-j2\beta l_i}, \end{aligned} \quad (7.27)$$

где знаком \sim обозначены элементы матрицы рассеяния нового четырехполюсника.

Уравнение (4.3) в совокупности с (7.27) определяет искомым коэффициентом отражения.

ЛИТЕРАТУРА

- 7.1. Berry D. G., Malech R. G. The Reflectarray Antenna. IEEE Trans., 1963, v. AP-11, № 6, p. 645—651.
- 7.2. Higgins V. Semiconductor Switching and Limiting Using 3-dB Short-Slot (Hybrid) Couplers. IEEE Trans., 1964, v. MTT-12, № 2, p. 258—259.

ГЛАВА 8

ПРИМЕНЕНИЕ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК АНТЕННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЕЙ

8.1. ОТВЕТВИТЕЛЬНАЯ СХЕМА

В настоящей главе с помощью метода ориентированных графов производится расчет и анализ двух основных схем антенных переключателей с использованием газовых разрядников — ответвительной и балансной [8.1—8.3]. Расчет характеристик переключателей с ферритами (ферритовых циркуляторов) производится в гл. 9.

Ответвительная схема антенного переключателя с использованием газовых разрядников представлена на рис. 8.1. Антенный переключатель, построенный по этой схеме, представляет собой шестиполюсник, одно из плеч которого подключается к передатчику, а другие два — к антенне и приемнику.

В переключателе используются простой тройник, разрядник защиты приемника (РЗП) и один или несколько разрядников блокировки передатчика (РБП). Разрядник защиты приемника включается в разрыв линии, идущей к приемнику, разрядник блокировки передатчика подключается к линии, идущей непосредственно от передатчика.

При передаче через антенный переключатель мощного импульса от передатчика в разрядниках возникает газовый разряд. В этом случае разрядник РЗП отражает падающий на него сигнал, а разрядники РБП, наоборот, пропускают его мимо себя. При этом сигнал от передатчика проходит к антенне. В режиме приема, когда в передающей линии распространяется небольшая

мощность, газовый пробой в разрядниках не возникает, высокочастотный сигнал проходит через разрядник РЗП, включенный в разрыв волноводной линии, и отражается от разрядника РБП. Таким образом, сигнал из антенны поступает в приемник.

Рассмотрим антенный переключатель, схематически представленный на рис. 8.1. Эквивалентная схема его

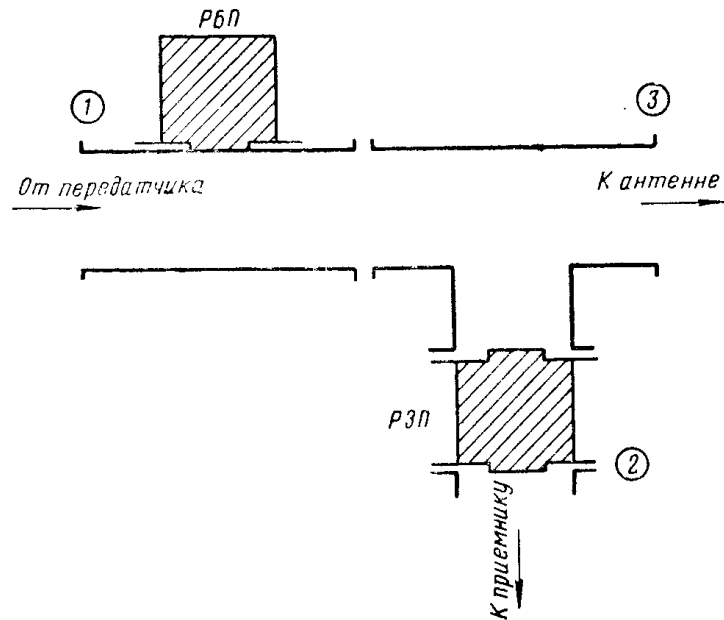


Рис. 8.1. Антенный переключатель ответвительного типа.

показана на рис. 8.2. Используемое в этом переключателе волноводное разветвление представляет собой шестиполюсник, характеризуемый матрицей рассеяния $[S]$. Подключенный к плечу (1) этого шестиполюсника отрезок линии с разрядником РБП представляет собой четырехполюсник, характеризуемый матрицей рассеяния $[S_1]$ с элементами $(S_{ih})_1$. Разрядник РЗП, подключенный к плечу (2) шестиполюсника, также можно рассматривать как четырехполюсник, характеризуемый матрицей $[S_2]$ с элементами $(S_{ih})_2$. Матрицу антенного переключателя в целом обозначим через $[S]$, а ее элементы — через \hat{S}_{ih} .

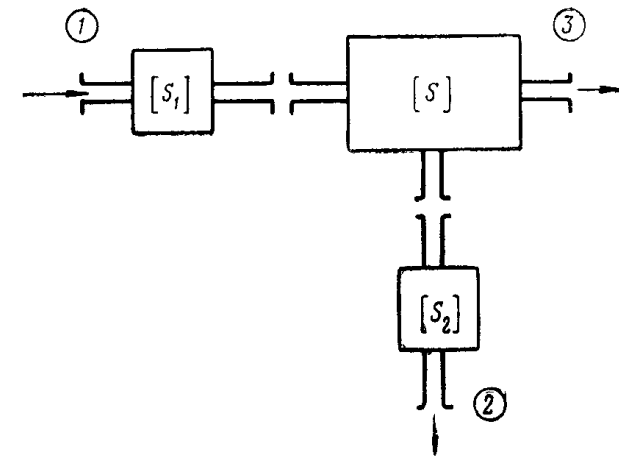


Рис. 8.2. Блок-схема антенного переключателя ответвительного типа.

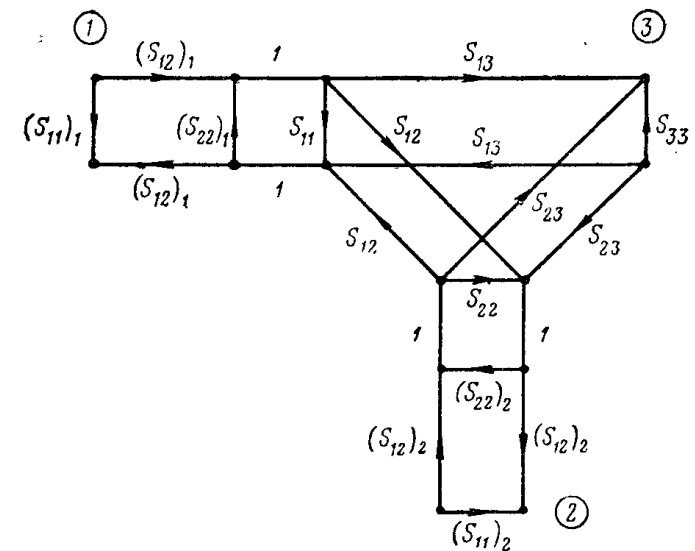


Рис. 8.3. Ориентированный граф антенного переключателя ответвительного типа.

Ориентированный граф ответвительного переключателя представлен на рис. 8.3.

Свойства ответвительного антенного переключателя определяются элементами матрицы $[S]$, для которых справедливы следующие выражения (задача 8.1):

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{11} = & (S_{11})_1 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{12})_1^2 (S_{22})_2 S_{12}^2 + \\ & + (S_{12})_1^2 S_{11} [1 - (S_{22})_2 S_{22}] \}, \end{aligned} \quad (8.1)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - S_{22} (S_{22})_2 - S_{11} (S_{22})_1 - (S_{12})^2 (S_{22})_1 (S_{22})_2 + \\ & + S_{11} S_{22} (S_{22})_1 (S_{22})_2; \\ \widehat{S}_{22} = & (S_{11})_2 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{12})_2^2 (S_{22})_1 S_{12}^2 + \\ & + (S_{12})_2^2 S_{22} [1 - (S_{22})_1 S_{11}] \}; \end{aligned} \quad (8.2)$$

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{33} = & S_{33} + \frac{1}{\Delta} \{ S_{23} [(S_{22})_2 S_{23} [1 - (S_{22})_1 S_{11}] + \\ & + (S_{22})_1 (S_{22})_2 S_{12} S_{13}] + S_{13} [(S_{22})_1 S_{13} [1 - (S_{22})_2 S_{22}] + \\ & + (S_{22})_2 (S_{22})_1 S_{12} S_{23}] \}; \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$\widehat{S}_{12} = \widehat{S}_{21} = \frac{(S_{12})_1 (S_{12})_2 S_{12}}{\Delta}; \quad (8.4)$$

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{13} = \widehat{S}_{31} = & \frac{1}{\Delta} \{ (S_{12})_1 S_{13} [1 - (S_{22})_2 S_{22}] + \\ & + S_{12} S_{23} (S_{12})_1 (S_{22})_2 \}; \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{23} = \widehat{S}_{32} = & \frac{1}{\Delta} \{ (S_{12})_2 S_{23} [1 - (S_{22})_1 S_{11}] + \\ & + S_{12} S_{13} (S_{12})_2 (S_{22})_1 \}. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Эти формулы позволяют определять характеристики ответвительного антенного переключателя, если известны матрицы рассеяния входящих в него элементов.

При этом в режиме передачи вместо элементов $(S_{ik})_1$ и $(S_{ik})_2$ соответственно используются элементы матрицы рассеяния отрезка волновода с разрядниками РБП и разрядника РЗП при наличии газового разряда, а в режиме приема—эти же величины для случая, когда газовый разряд в разрядниках отсутствует.

8.2. БАЛАНСНАЯ СХЕМА

Антенные переключатели, построенные по ответвительной схеме, имеют наиболее простую конструкцию. Однако такие переключатели являются недостаточно широкополосными. Диапазонность ответвительных пере-

ключателей определяется свойствами разрядников РБП и волноводных тройников. Характеристики антенных переключателей ответвительного типа в значительной степени зависят от полного сопротивления передатчика, особенно вблизи границ рабочей полосы частот. Часто используются более широкополосные схемы антенных переключателей балансного типа.

На рис. 8.4 схематически представлен волноводный балансный антенный переключатель на щелевых мостах. Такая схема построения обеспечивает наибольшую компактность и широкополосность. Антенный переключатель (рис. 8.4) состоит из двух щелевых мостов, включенных между ними двух газовых выключателей и отрезков линии передачи, соединяющих эти элементы. В качестве выключателей могут быть использованы разрядники РЗП, включенные в разрыв линии передачи (рис. 8.5), или разрядники РБП, включенные в разрыв боковой стенки волновода (рис. 8.6). Система с разрядниками РЗП более предпочтительна, так как она обеспечивает хорошую защиту приемника и меньший КСВН в режиме передачи. Однако вторая схема имеет преимущество в отношении максимально допустимой мощности, поскольку в этом случае газовые разрядники в режиме передачи используются в режиме бегущей, а не стоячей волны, как это имеет место в первой схеме.

На рис. 8.7 представлен ориентированный граф антенного переключателя балансного типа, который может быть использован для анализа как первой, так и второй схемы.

Передачи $(S_{ik})_1$ и $(S_{ik})_2$ соответствуют элементам матриц рассеяния первого и второго щелевого моста. Передачи $(S_{ik})_3$ и $(S_{ik})_4$ соответствуют элементам матриц рассеяния газоразрядных выключателей. Для первой схемы—это разрядники РЗП, для второй—отрезки линии передачи с включенными в них разрядниками РБП. Передачи γ_i соответствуют соединительным линиям между щелевыми мостами и газоразрядными выключателями:

$$\gamma_i = e^{-j\beta_i l_i} \quad (i = 5, 6, 7, 8). \quad (8.7)$$

Рассмотрим работу антенного переключателя в режиме передачи и в режиме приема.

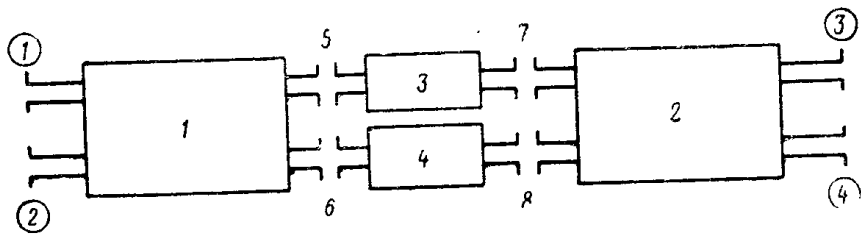


Рис. 8.4. Балансный антенный переключатель:
1, 2 — щелевые мосты; 3, 4 — газоразрядные выключатели; 5, 6, 7, 8 — соединительные линии.

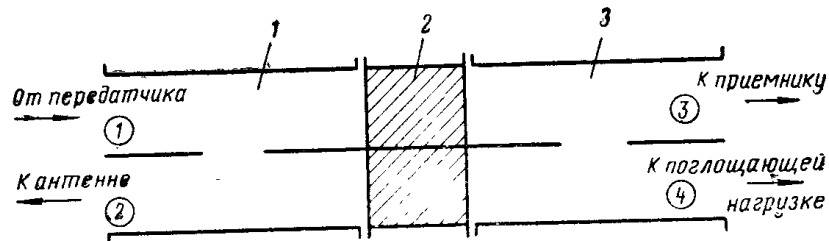


Рис. 8.5. Балансный антенный переключатель с разрядниками РЗП
1, 3 — щелевые мосты; 2 — двоянный разрядник защиты приемника.

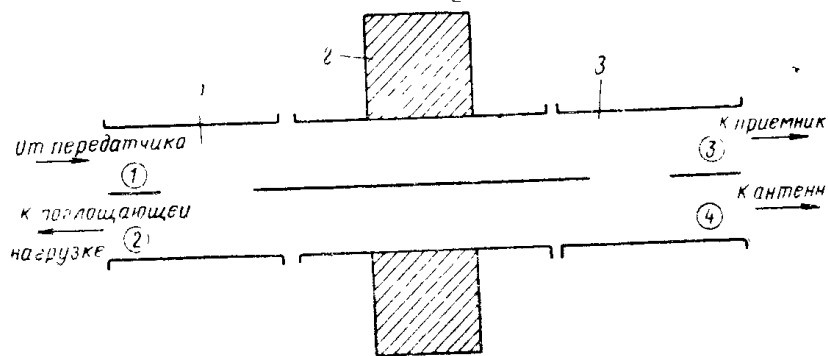


Рис. 8.6. Балансный антенный переключатель с разрядниками РБ
1, 3 — щелевые мосты; 2 — разрядники блокировки передатчика.

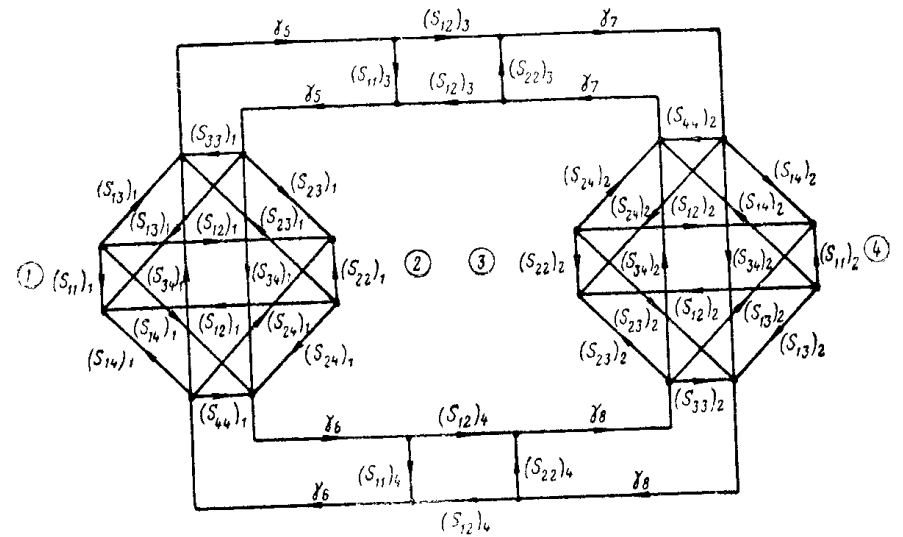


Рис. 8.7. Ориентированный граф балансного антенного переключателя.

а) Режим отражения энергии от газоразрядных выключателей

Этот режим соответствует режиму передачи в случае переключателя с разрядниками РЗП и режиму приема — с разрядниками РБП. В этом режиме газоразрядный выключатель вместе с подсоединенным к нему отрезком линии передачи можно рассматривать как нагрузку, характеризуемую коэффициентом отражения Γ_3 или Γ_4 , по модулю близким к единице.

Ориентированный граф балансного переключателя в этом режиме представлен на рис. 8.8. Как нетрудно видеть, он аналогичен ориентированному графу дискретного фазовращателя, рассмотренного в гл. 7. Результаты исследования такого фазовращателя применимы и для балансного переключателя. Однако в случае фазовращателя интерес представляет главным образом величина вносимого им фазового сдвига. Для антенного переключателя в первую очередь представляют интерес модули коэффициентов отражения и передачи, соответственно определяющие КСВН и КПД устройства. Коэффициент отражения на входе балансного переключателя \hat{S}_{11} в этом случае определяется выражением (2.32). Коэффициент передачи \hat{S}_{12} — выражением (2.33).

Выясним, каким образом на характеристики антенно-переключателя влияет неидеальность его элементов.

1. Неидеальность разрядников. Щелевой мост считаем идеальным. В этом случае получим

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_{11} &= \frac{\Gamma_3 - \Gamma_4}{2}; \\ |\hat{S}_{11}| &= \frac{|\Gamma_3 - \Gamma_4|}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_{12} &= j \frac{\Gamma_3 + \Gamma_4}{2}; \\ |\hat{S}_{12}| &= \frac{|\Gamma_3 + \Gamma_4|}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

Эти выражения показывают, в частности, что если газоразрядные выключатели неидеальны, но одинаковы, и соединительные линии (5) и (6) идентичны, то коэф-

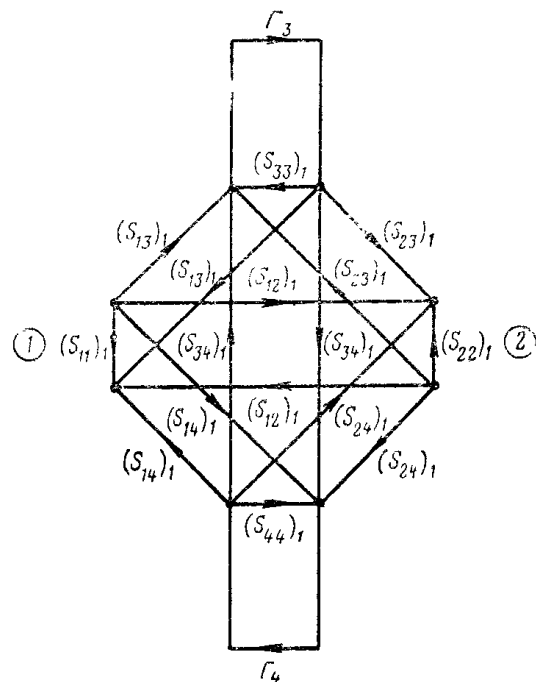


Рис. 8.8. Ориентированный граф балансного антенного переключателя в режиме отражения мощности от газоразрядных выключателей.

фициент отражения от переключателя равен нулю. Коэффициент передачи в этом случае с точностью до фазового множителя равен коэффициенту отражения от газоразрядного выключателя.

2. Неидеальность щелевого моста. Разрядники считаем идеальными

$$(\Gamma_3 = \Gamma_4 = e^{j\chi})$$

и соединительные линии идентичными.

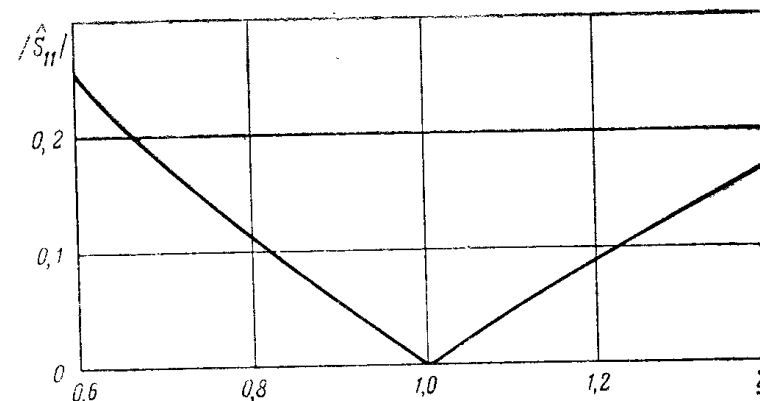


Рис. 8.9. Зависимость коэффициента отражения балансного антенно-переключателя в режиме отражения мощности от газоразрядных выключателей от ζ_p — коэффициента деления мощности щелевого моста.

В случае неидеального деления мощности щелевым мостом, как показано в гл. 7, модуль коэффициента передачи определяется выражением

$$|T| = \frac{2\sqrt{\zeta_p}}{1 + \zeta_p} \quad (8.10)$$

(см. рис. 7.20), где ζ — коэффициент деления мощности щелевого моста. Для модуля коэффициента отражения в этом случае нетрудно получить выражение

$$|\hat{S}_{11}| = \frac{|1 - \zeta_p|}{|1 + \zeta_p|}. \quad (8.11)$$

График этого выражения представлен на рис. 8.9. Как видно из этого графика, неравномерность деления мощности щелевым мостом приводит к появлению отраже-

ний от переключателя. Чтобы величина этих отражений не превышала по модулю 0,1 ($KCBH \leq 1,22$), необходимо выполнение условия

$$0,81 \leq \zeta_p \leq 1,21.$$

В случае неидеальной развязки щелевого моста кривые модуля коэффициента передачи представлены на рис. 7.20.

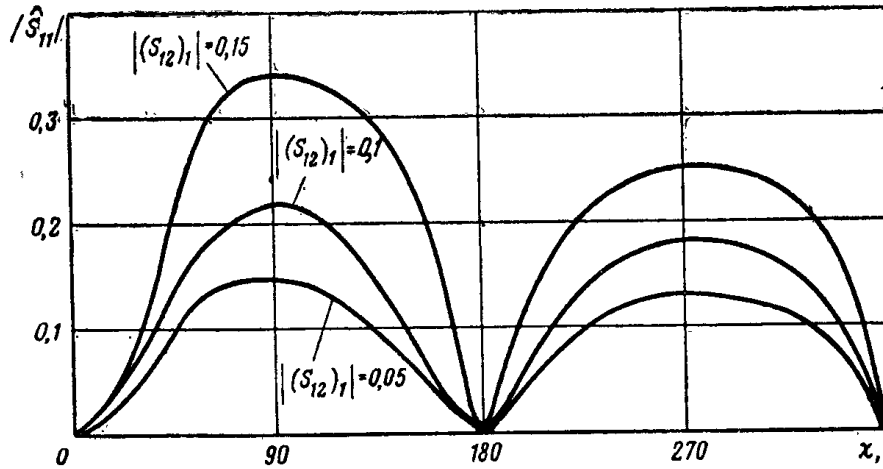


Рис. 8.10. Зависимость коэффициента отражения балансного антенного переключателя в режиме отражения мощности от газоразрядных выключателей от $(S_{12})_1$ — развязки изолированных плеч щелевого моста и фазового угла χ .

Модуль коэффициента отражения в этом случае может быть определен из условия

$$|\hat{S}_{11}|^2 + |\hat{S}_{12}|^2 = 1,$$

т. е.

$$|\hat{S}_{11}| = \sqrt{1 - |\hat{S}_{12}|^2}. \quad (8.12)$$

Эта зависимость представлена на рис. 8.10 графически.

Как видно из этих графиков, зависимость модулей коэффициентов отражения и передачи от фазового угла χ имеет волнообразный характер.

При $|(S_{12})_1| = 0,1$ (развязка изолированных плеч мостов 20 дБ) коэффициент отражения переключателя по модулю при наиболее неблагоприятном соотношении фаз не превышает 0,22.

б) Режим прохождения энергии через газоразрядный выключатель

Этот режим соответствует режиму приема в случае переключателя с разрядниками РЗП и режиму передачи в случае переключателя с разрядниками РБП. При этом для вычисления характеристик антенного переключателя

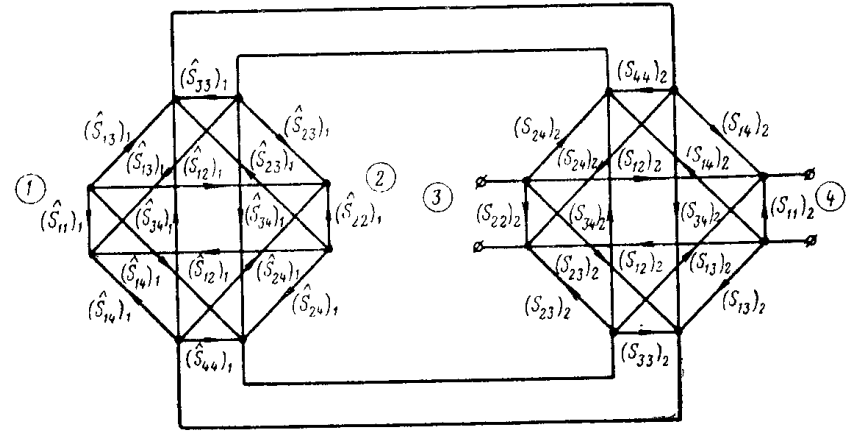


Рис. 8.11. Ориентированный граф балансного антенного переключателя в режиме прохождения энергии через газоразрядные выключатели.

можно воспользоваться ориентированным графом, представленным на рис. 8.7.

Для упрощения вычислений представим антенный переключатель (рис. 8.4) в виде двух восьмиполюсников, соединенных друг с другом двумя плечами. Одним восьмиполюсником является щелевой мост (1) с подключенными к нему газоразрядными выключателями (3) и (4) вместе со всеми соединительными линиями (5, 6, 7, 8). Вторым восьмиполюсником является щелевой мост (2). Ориентированный граф для этого случая показан на рис. 8.11. Обозначим матрицы рассеяния восьмиполюсника, состоящего из щелевого моста, газоразрядных выключателей и соединительных линий через $(\hat{S}_{ik})_1$, а элементы матрицы рассеяния второго щелевого моста, как и ранее, через $(S_{ik})_2$.

Выражения для коэффициентов отражения и передачи переключателя в этих обозначениях будут иметь следующий вид (см. задачу 8.2):

$$\begin{aligned}
\hat{S}_{22} = & (\hat{S}_{22})_1 + \frac{1}{\Delta} \{ (\hat{S}_{23})_1^2 (\hat{S}_{44})_2 [1 - (S_{44})_1 (S_{33})_2] + \\
& + (\hat{S}_{23})_1^2 (\hat{S}_{44})_1 (S_{34})_2^2 + (\hat{S}_{23})_1 (\hat{S}_{24})_1 (\hat{S}_{34})_1 (S_{33})_2 (S_{44})_2 + \\
& + (\hat{S}_{23})_1 (\hat{S}_{24})_1 (S_{34})_2 [1 - (\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2] + \\
& + (\hat{S}_{24})_1 (\hat{S}_{23})_1 (S_{34})_2 [1 - (S_{34})_1 (S_{34})_2] + \\
& + (\hat{S}_{24})_1 (\hat{S}_{23})_1 (\hat{S}_{34})_1 (S_{44})_2 (S_{33})_2 + \\
& + (\hat{S}_{24})_1^2 (S_{33})_2 [1 - (\hat{S}_{33})_1 (S_{44})_2] + (\hat{S}_{24})_1^2 (\hat{S}_{33})_1 (S_{34})_2^2 \}, \quad (8.13)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta = & 1 - (\hat{S}_{44})_1 (S_{33})_2 - 2(\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2 - \\
& - (\hat{S}_{33})_1 (S_{44})_2 - (\hat{S}_{33})_1 (\hat{S}_{44})_1 (S_{34})_2^2 - (\hat{S}_{34})_1^2 (S_{33})_2 (S_{44})_2 + \\
& + (\hat{S}_{33})_1 (\hat{S}_{44})_1 (S_{33})_2 (S_{44})_2 + (\hat{S}_{34})_1^2 (S_{34})_2^2; \\
\hat{S}_{23} = & \frac{1}{\Delta} \{ (S_{24})_2 [(\hat{S}_{23})_1 [1 - (\hat{S}_{44})_1 (S_{33})_2 - \\
& - (\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2] + (\hat{S}_{24})_1 [(\hat{S}_{34})_1 (S_{33})_2 + (\hat{S}_{33})_1 (S_{34})_2]] + \\
& + (S_{23})_2 [(\hat{S}_{23})_1 [(\hat{S}_{44})_1 (S_{34})_2 + (\hat{S}_{34})_1 (S_{44})_2] + \\
& + (\hat{S}_{24})_1 [1 - (\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2 - (\hat{S}_{33})_1 (S_{44})_2]] \}. \quad (8.14)
\end{aligned}$$

Эти формулы дают возможность определить характеристики антенного переключателя в режиме прохождения энергии через газоразрядный выключатель. Заметим, что для щелевого моста собственные коэффициенты отражения и коэффициенты передачи между изолированными плечами малы. Поэтому в приведенных выше соотношениях можно пренебречь квадратами малых величин $(S_{11})_2$, $(S_{22})_2$, $(S_{33})_2$, $(S_{44})_2$, $(S_{12})_2$ и $(S_{34})_2$.

В формулы (8.13) и (8.14) входят коэффициенты $(\hat{S}_{ik})_1$ восьмиполюсника, составленного из щелевого моста и газоразрядных выключателей. Элементы матрицы рассеяния этого восьмиполюсника выражаются через элементы матриц рассеяния, составляющих его восьмиполюсника и четырехполюсников по формулам (см. задачу 8.3):

$$\hat{S}_{11} = (S_{11})_1 - \frac{1}{\Delta} \{ (S_{13})_1^2 (S_{11})_3 \gamma_5^2 [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{14})_1^2 (S_{11})_4 \gamma_6^2 [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] \}, \quad (8.15)$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta = & 1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2 - \\
& - (S_{34})_1^2 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2 + (S_{33})_1 (S_{44})_1 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2;
\end{aligned}$$

$$\hat{S}_{12} = (S_{12})_1 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{13})_1 (S_{23})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2 \times$$

$$\times [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{14})_1 (S_{24})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2 [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] +$$

$$+ (S_{13})_1 (S_{34})_1 (S_{24})_1 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2 +$$

$$+ (S_{14})_1 (S_{34})_1 (S_{23})_1 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2 \}; \quad (8.16)$$

$$\hat{S}_{13} = \frac{1}{\Delta} \{ (S_{13})_1 (S_{12})_3 \gamma_5 \gamma_7 [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{14})_1 (S_{34})_1 (S_{12})_3 (S_{11})_4 \gamma_5 \gamma_6^2 \gamma_7 \}; \quad (8.17)$$

$$\hat{S}_{34} = \frac{1}{\Delta} (S_{34})_1 (S_{12})_3 (S_{12})_4 \gamma_5 \gamma_6 \gamma_7 \gamma_8; \quad (8.18)$$

$$\hat{S}_{33} = (S_{11})_3 \gamma_7^2 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{33})_1 (S_{12})_3^2 \gamma_5^2 \gamma_7^2 [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{34})_1^2 (S_{12})_3^2 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2 \gamma_7^2 \}; \quad (8.19)$$

$$\hat{S}_{23} = \frac{1}{\Delta} \{ (S_{23})_1 (S_{12})_3 \gamma_5 \gamma_7 [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{24})_1 (S_{34})_1 (S_{12})_3 (S_{11})_4 \gamma_5 \gamma_6^2 \gamma_7 \}; \quad (8.20)$$

$$\hat{S}_{14} = \frac{1}{\Delta} \{ (S_{14})_1 (S_{12})_4 \gamma_6 \gamma_8 [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] +$$

$$+ (S_{13})_1 (S_{34})_1 (S_{11})_3 (S_{12})_4 \gamma_5^2 \gamma_6 \gamma_8 \}; \quad (8.21)$$

$$\hat{S}_{22} = (S_{22})_1 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{23})_1^2 (S_{11})_3 \gamma_5^2 [1 - (S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2] +$$

$$+ (S_{24})_1^2 (S_{11})_4 \gamma_6^2 [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] \}; \quad (8.22)$$

$$\hat{S}_{24} = \frac{1}{\Delta} \{ (S_{24})_1 (S_{12})_4 \gamma_6 \gamma_8 [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] +$$

$$+ (S_{23})_1 (S_{34})_1 (S_{12})_4 (S_{11})_3 \gamma_5^2 \gamma_6 \gamma_8 \}; \quad (8.23)$$

$$\begin{aligned} \hat{S}_{44} &= (S_{11})_4 \gamma_8^2 + \frac{1}{\Delta} \{ (S_{44})_1 (S_{12})_4^2 \gamma_5^2 \gamma_8^2 \times \\ &\times [1 - (S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2] + (S_{34})_1^2 (S_{12})_4^2 \times \\ &\times (S_{11})_3 \gamma_5^2 \gamma_8^2 \}. \end{aligned} \quad (8.24)$$

Если входящие в антенный переключатель щелевые мосты считать идеальными, то выражения (8.14) для коэффициентов отражения и передачи упрощаются. В частности,

$$\begin{aligned} \hat{S}_{22} &= \frac{1}{2} [(S_{11})_4 \gamma_6^2 - (S_{11})_3 \gamma_5^2]; \\ \hat{S}_{23} &= \frac{j}{2} [(S_{12})_3 \gamma_5 \gamma_7 + (S_{12})_4 \gamma_6 \gamma_8]. \end{aligned} \quad (8.25)$$

Рассмотрим, каким образом в этом частном случае коэффициенты отражения и передачи антенного переключателя зависят от характеристик разрядников, а также отличия электрических длин соединительных линий от номинальных.

Если электрические длины соединительных линий не отличаются от номинальных, то выражения (8.25) принимают вид

$$\begin{aligned} S_{22} &= \frac{(S_{11})_3 - (S_{11})_4}{2}; \\ S_{23} &= \frac{(S_{12})_3 + (S_{12})_4}{2}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

Отсюда для модулей коэффициентов отражения и передачи можно получить следующую оценку:

$$\begin{aligned} |S_{22}| &\leq \frac{|(S_{11})_3| + |(S_{11})_4|}{2}; \\ |S_{23}| &\leq \frac{|(S_{12})_3| + |(S_{12})_4|}{2}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Если разрядники неидеальные, но одинаковые, то

$$\begin{aligned} (S_{11})_3 &= (S_{11})_4 = (S_{11})_p; \\ (S_{12})_3 &= (S_{12})_4 = (S_{12})_p \end{aligned}$$

и из выражения (8.25) получим следующую зависимость коэффициентов отражения и передачи от разности электрических длин соединительных отрезков линий передачи:

$$\begin{aligned} \hat{S}_{22} &= \frac{1}{2} (S_{11})_p [\gamma_6^2 - \gamma_5^2] = \\ &= \frac{1}{2} (S_{11})_p [e^{-j2\beta_6 l_6} - e^{-j2\beta_5 l_5}] = \\ &= (S_{11})_p e^{-j(\beta_5 l_5 + \beta_6 l_6)} \sin(\beta_5 l_5 - \beta_6 l_6). \end{aligned} \quad (8.28a)$$

Аналогично

$$\begin{aligned} \hat{S}_{23} &= j (S_{12})_p e^{-j \frac{(\beta_5 l_5 + \beta_6 l_6 + \beta_7 l_7 + \beta_8 l_8)}{2}} \times \\ &\times \sin \frac{\beta_5 l_5 + \beta_7 l_7 - \beta_6 l_6 - \beta_8 l_8}{2}. \end{aligned} \quad (8.28b)$$

Отсюда для модулей коэффициентов отражения и передачи получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} |\hat{S}_{22}| &= |(S_{11})_p| |\sin(\beta_5 l_5 - \beta_6 l_6)|; \\ |\hat{S}_{23}| &= |(S_{12})_p| \left| \sin \frac{\beta_5 l_5 + \beta_7 l_7 - \beta_6 l_6 - \beta_8 l_8}{2} \right|. \end{aligned} \quad (8.29)$$

При малых неточностях фазовых длин — имеем линейную зависимость

$$\begin{aligned} |\hat{S}_{22}| &= |(S_{11})_p| |\beta_5 l_5 - \beta_6 l_6|; \\ |\hat{S}_{23}| &= |(S_{12})_p| \left| \frac{\beta_5 l_5 + \beta_7 l_7 - \beta_6 l_6 - \beta_8 l_8}{2} \right|. \end{aligned} \quad (8.30)$$

Задача 8.1.

Определить элементы матрицы рассеяния шестиполосника, к двум плечам которого подключены четырехполосники.

Решение

Ориентированный граф устройства представлен на рис. 8.3. Контуры первого порядка

$$\begin{aligned} S_{11} (S_{22})_1; \\ S_{22} (S_{22})_2; \\ S_{12} (S_{22})_1 (S_{22})_2. \end{aligned}$$

Контуры второго порядка
 $S_{11} S_{22} (S_{22})_1 (S_{22})_2.$

Определим элемент \hat{S}_{11} :
Пути

$$(S_{11})_1;$$

$$(S_{12})_1^2 S_{12};$$

$$(S_{12})_1^2 (S_{22})_2 S_{12}^2.$$

Используя правило некасающегося контура (2.1), получим (8.1).

Аналогичным образом найдем остальные коэффициенты матрицы рассеяния [выражения (8.2—(8.6)].

Задача 8.2.

Определить коэффициент отражения и коэффициент передачи устройства, состоящего из двух восьмиполюсников, соединенных друг с другом двумя плечами.

Решение

Ориентированный граф рассматриваемого устройства представлен на рис. 8.11.

Контурсы первого порядка

$$(\hat{S}_{44})_1 (S_{33})_2;$$

$$(\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2;$$

$$(\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2;$$

$$(\hat{S}_{33})_1 (S_{44})_2;$$

$$(\hat{S}_{33})_1 (S_{34})_2^2 (S_{44})_1;$$

$$(\hat{S}_{34})_1^2 (S_{33})_2 (S_{44})_2$$

Контурсы второго порядка

$$(\hat{S}_{33})_1 (\hat{S}_{44})_1 (S_{33})_2 (S_{44})_2;$$

$$(\hat{S}_{34})_1 (S_{34})_2^2 (\hat{S}_{34})_1.$$

Определим коэффициент отражения устройства \hat{S}_{22} .
Пути

$$(\hat{S}_{22})_1;$$

$$(\hat{S}_{23})_1^2 (S_{44})_2;$$

$$(\hat{S}_{23})_1^2 (\hat{S}_{44})_1 (S_{34})_2^2;$$

$$(\hat{S}_{23})_1 (\hat{S}_{34})_1 (\hat{S}_{24})_1 (S_{44})_2 (S_{33})_2;$$

$$(\hat{S}_{23})_1 (\hat{S}_{24})_1 (S_{33})_2;$$

$$(\hat{S}_{24})_1 (\hat{S}_{23})_1 (S_{34})_2;$$

$$(\hat{S}_{24})_1^2 (S_{33})_2;$$

$$(S_{24})_1^2 (S_{33})_1 (S_{34})_2^2.$$

Используя правило некасающегося контура, получим выражение (8.13).
Определим коэффициент передачи устройства \hat{S}_{23} .
Пути

$$(S_{23})_1 (S_{24})_2;$$

$$(S_{24})_1 (S_{34})_1 (S_{33})_2 (S_{24})_2;$$

$$(S_{24})_1 (S_{33})_1 (S_{34})_2 (S_{24})_2;$$

$$(S_{23})_1 (S_{34})_1 (S_{44})_2 (S_{23})_2;$$

$$(S_{23})_1 (S_{44})_1 (S_{34})_2 (S_{23})_2;$$

$$(S_{24})_1 (S_{23})_2.$$

Используя правило некасающегося контура, получим выражение (8.14).

Задача 8.3.

Определить элементы матрицы рассеяния устройства, состоящего из восьмиполюсника, к двум плечам которого подключены обобщенные четырехполюсники с расположенными справа и слева от них отрезками идеальной передающей линии.

Решение

Ориентированный граф устройства представлен на рис. 8.12.

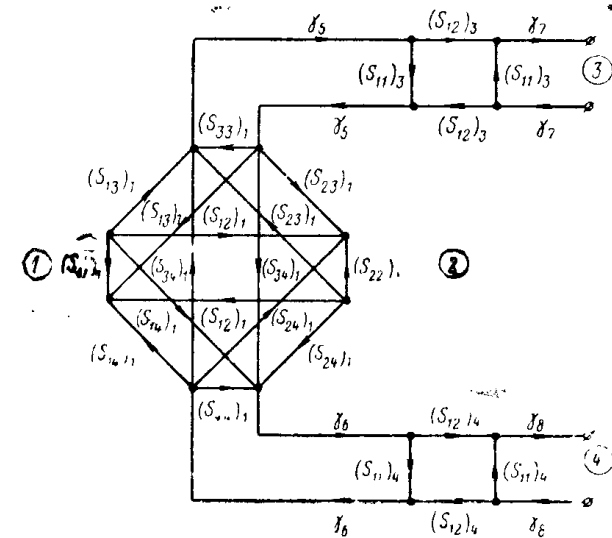


Рис. 8.12. Ориентированный граф восьмиполюсника, к двум плечам которого подключены четырехполюсники.

Контурь первого порядка

$$(S_{33})_1 (S_{11})_3 \gamma_5^2;$$

$$(S_{44})_1 (S_{11})_4 \gamma_6^2;$$

$$(S_{34})_1^2 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2.$$

Контурь второго порядка

$$(S_{33})_1 (S_{44})_1 (S_{11})_3 (S_{11})_4 \gamma_5^2 \gamma_6^2.$$

Определим элемент \widehat{S}_{11} .

Пути

$$(S_{11})_1$$

$$(S_{13})_1^2 (S_{11})_3 \gamma_5^2;$$

$$(S_{14})_1^2 (S_{11})_4 \gamma_6^2.$$

Используя правило некасающегося контура (2.1), получим выражение (8.15). Аналогичным образом найдем выражения (8.16) и (8.24).

ЛИТЕРАТУРА

- 8.1. Антенные переключатели. Пер. с англ., под ред. Перец Р. И. Изд-во «Советское радио», 1950.
- 8.2. Jones C. W. Broad-Band Balanced Duplexers. IRE Trans., 1957 v. MTT-5, № 1, p. 4—12.
- 8.3. Коган Н. Л., Машковцев Б. М., Цибизов К. Н. Сложные волноводные системы. Судпромгиз, 1963.

ГЛАВА 9

МАТРИЦЫ И ГРАФЫ НЕВЗАИМНЫХ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ. ПРИМЕНЕНИЕ ИХ К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ЭТИХ УСТРОЙСТВ

9.1. ФАЗОВЫЕ ЦИРКУЛЯТОРЫ

Методы анализа взаимных устройств СВЧ, основанные на использовании матриц и ориентированных графов, распространяются и на невзаимные устройства [9.1—9.3]. Ниже приводятся сведения о матрицах и графах для некоторых наиболее распространенных невзаимных устройств СВЧ и входящих в них узлов. На примере фазового циркулятора показано применение матриц

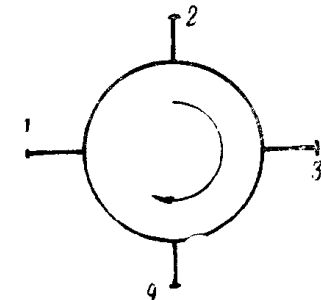


Рис. 9.1. Схематическое изображение циркулятора.

и графов к определению характеристик невзаимного устройства, составленного из неидеальных элементов.

В настоящее время широкое распространение получили четырехплечные и трехплечные циркуляторы. Принцип действия циркулятора поясняет рис. 9.1. Энергия, поступающая в плечо (1), передается в плечо (2) и не поступает ни в одно из остальных плеч; точно так

же энергия, подаваемая в плечо (2), передается только в плечо (3) и т. д. К устройствам, обладающим этими свойствами, относится, в частности, фазовый циркулятор

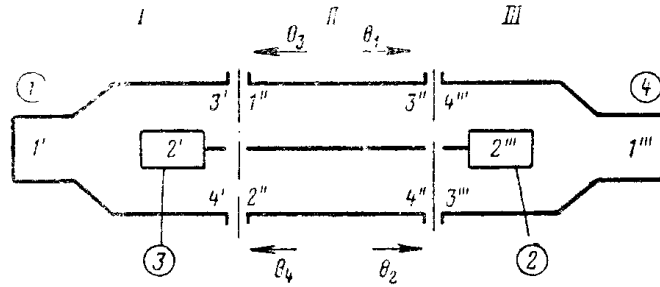


Рис. 9.2. Фазовый циркулятор с двумя двойными тройниками: I и III — согласованные двойные тройники; II — невзаимный фазовращатель.

(рис. 9.2), состоящий из двух согласованных двойных тройников и соединяющих их боковые плечи четырехплюсников, в которых обеспечивается невзаимный фазовый сдвиг. В случае, когда можно пренебречь отраже-

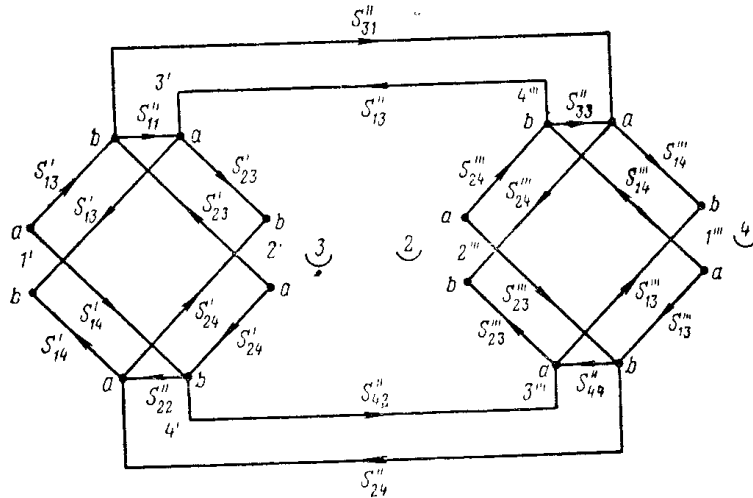


Рис. 9.3. Ориентированный граф фазового циркулятора.

ниями от мостов, обобщенный ориентированный граф фазового циркулятора имеет вид, показанный на рис. 9.3.

Для циркулятора, составленного по схеме, показанной на рис. 9.2, когда в качестве мостовых устройств

используются согласованные двойные тройники, справедливо

$$\begin{aligned} S'_{11} = S'_{12} = S'_{22} = S'_{33} = S'_{34} = S'_{44} = S'''_{11} = \\ = S'''_{12} = S'''_{22} = S'''_{33} = S'''_{34} = S'''_{44} = 0; \\ S'_{13} = S'_{14} = S'_{23} = S'''_{13} = S'''_{14} = S'''_{23} = -S'_{24} = \\ = -S'''_{24} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \\ S''_{13} = e^{-j\theta_3}; \quad S''_{31} = e^{-j\theta_1}; \quad S''_{24} = e^{-j\theta_4}; \\ S''_{42} = e^{-j\theta_2}; \quad S''_{11} = S''_{22} = S''_{33} = S''_{44} = 0. \end{aligned} \quad (9.1)$$

В этом случае с помощью правила некасающегося контура (2.1) получим

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -e^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_4} & 0 & e^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_4} \\ -e^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_2} & 0 & -e^{-j\theta_1} - e^{-j\theta_2} & 0 \\ 0 & -e^{-j\theta_3} - e^{-j\theta_4} & 0 & e^{-j\theta_3} - e^{-j\theta_4} \\ e^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_2} & 0 & e^{-j\theta_1} - e^{-j\theta_2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.2)$$

При

$$\theta_1 - \theta_2 = -(2n + 1)\pi; \quad \theta_4 - \theta_3 = -2m\pi \quad (9.3) \\ (m, n = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

устройство приобретает свойства циркулятора.

Действительно, полагая, например,

$$\theta_1 = -\pi; \quad \theta_2 = 0; \quad \theta_3 = \theta_4 = \frac{-\pi}{2},$$

из (9.2) получим

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & j \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.4)$$

Матрице (9.4) соответствует порядок передачи энергии в циркуляторе, показанный на рис. 9.1. Как это видно из рис. 9.4, практически условие (9.3) можно удовлетворить, применяя обязательно как невзаимный, так и взаимный фазовращатели.

В фазовом циркуляторе могут использоваться мостовые устройства другого типа, например щелевые мосты.

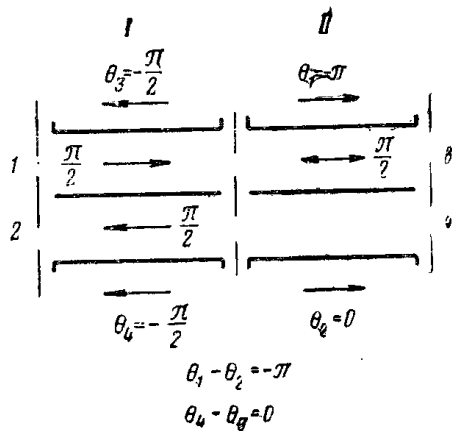


Рис. 9.4. Фазовые соотношения в циркуляторе с двумя двойными тройниками:
I — невязимный фазовращатель; II — взаимный фазовращатель.

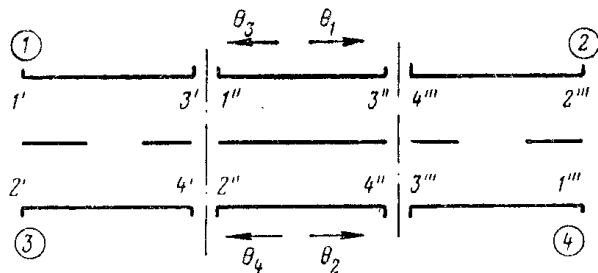


Рис. 9.5. Фазовый циркулятор с двумя щелевыми мостами.

Для циркулятора с двумя щелевыми мостами (рис. 9.5) справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned}
 S'_{11} &= S'_{12} = S'_{22} = S'_{33} = S'_{34} = S'_{44} = S'''_{11} = \\
 &= S'''_{12} = S'''_{22} = S'''_{33} = S'''_{34} = S'''_{44} = 0; \\
 S'_{13} &= S'_{24} = S'''_{13} = S'''_{24} = 1/\sqrt{2}; \\
 S'_{14} &= S'_{23} = S'''_{14} = S'''_{23} = j/\sqrt{2}; \\
 S''_{13} &= e^{-j\theta_3}; \quad S''_{31} = e^{-j\theta_1}; \quad S''_{24} = e^{-j\theta_4}; \quad S''_{42} = e^{-j\theta_2}; \\
 S''_{11} &= S''_{22} = S''_{33} = S''_{44} = 0,
 \end{aligned} \tag{9.5}$$

В этом случае

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta_3} - e^{-j\theta_4} & 0 & j(e^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_4}) \\ e^{-j\theta_1} - e^{-j\theta_2} & 0 & j(e^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_2}) & 0 \\ 0 & j(e^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_4}) & 0 & -e^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_4} \\ j(e^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_2}) & 0 & -e^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_2} & 0 \end{bmatrix} \tag{9.6}$$

Условие, при котором данное устройство превращается в циркулятор, также выражается соотношениями (9.3)¹.

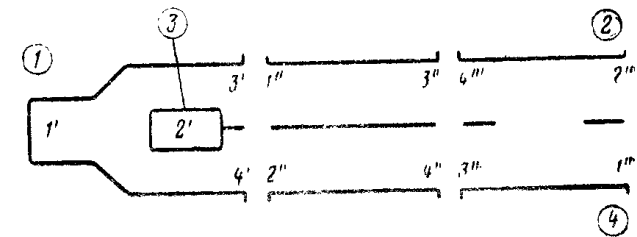


Рис. 9.6. Фазовый циркулятор с двойным тройником и щелевым мостом.

При $\theta_1 = -\pi$, $\theta_2 = 0$, $\theta_3 = \theta_4 = -\frac{\pi}{2}$ из (9.6) получим

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{9.7}$$

Очевидно, что и в этом случае передача энергии в циркуляторе определяется схемой, представленной на рис. 9.1.

Если в фазовом циркуляторе используются согласованный двойной тройник и щелевой мост (рис. 9.6),

¹ Это условие справедливо во всех случаях, когда в фазовом циркуляторе используются однотипные мостовые устройства, например два моста π -типа или $\frac{\pi}{2}$ -типа.

можно записать

$$\begin{aligned} S'_{11} = S'_{12} = S'_{22} = S'_{33} = S'_{34} = S'_{44} = S'''_{11} = \\ = S'''_{12} = S'''_{22} = S'''_{33} = S'''_{34} = S'''_{44} = 0; \\ S'_{13} = S'_{14} = S'_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \\ S'_{24} = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

$$S'''_{13} = S'''_{24} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad S'''_{14} = S'''_{23} = \frac{j}{\sqrt{2}};$$

$$\begin{aligned} S''_{13} = e^{-j\theta_3}; \quad S''_{31} = e^{-j\theta_1}; \quad S''_{24} = e^{-j\theta_4}; \quad S''_{42} = e^{-j\theta_2}; \\ S''_{11} = S''_{22} = S''_{33} = S''_{44} = 0. \end{aligned} \quad (9.8)$$

Тогда

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta_3} + je^{-j\theta_4} & 0 & je^{-j\theta_3} + e^{-j\theta_1} \\ e^{-j\theta_1} + je^{-j\theta_2} & 0 & e^{-j\theta_1} - je^{-j\theta_3} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_3} - je^{-j\theta_4} & 0 & je^{-j\theta_3} - e^{-j\theta_1} \\ je^{-j\theta_1} + e^{-j\theta_3} & 0 & je^{-j\theta_1} - e^{-j\theta_3} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.9)$$

Условие, при котором рассматриваемое устройство приобретает свойства циркулятора, имеет вид

$$\begin{aligned} \theta_1 - \theta_2 = -(4n + 1) \frac{\pi}{2}; \\ \theta_4 - \theta_3 = -(4m + 1) \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (9.10)$$

Полагая $\theta_1 = \theta_4 = -\pi/2$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$ (рис. 9.7), из (9.9) получим

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & j \\ j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.11)$$

Так как элементы, входящие в фазовый циркулятор, неидеальны, то свойства реального циркулятора отличаются от описанных выше. В частности, энергия, поступающая в одно из плеч реального циркулятора, например

¹ Это условие справедливо для фазового циркулятора с двумя мостами различного типа, например π и $\pi/2$ или $\pi/2$ и π .

в плечо (1) (рис. 9.1), может передаваться не только в плечо (2), но и в плечо (4). Реальный циркулятор имеет собственные потери. Кроме того, он не является полностью согласованным.

Основными причинами, оказывающими существенное влияние на свойства фазового циркулятора, являются: неидеальность мостов, взаимные и невзаимные потери в фазовращателях, отличие вносимых ими фазовых

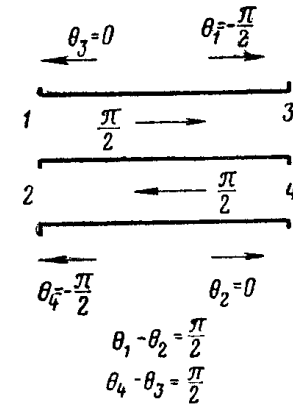


Рис. 9.7. Фазовые соотношения в циркуляторе с двойным тройником и щелевым мостом.

сдвигов от номинальных, а также рассогласование входящих в него элементов.

Запишем матрицы рассеяния отдельных элементов с учетом некоторых из перечисленных выше факторов [9.4]. Матрица рассеяния невзаимного фазовращателя (рис. 9.4) с учетом взаимных и невзаимных потерь, а также отклонения фазового сдвига от номинального (фазовая погрешность) запишется в следующем виде:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{-a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j\bar{e}^{j\beta-a-b} \\ -j\bar{e}^{j\beta-a-b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-a} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9.12)$$

где

a — величина, учитывающая взаимные потери;
 b — величина, учитывающая невзаимные потери,
 β — величина, учитывающая фазовую погрешность.
 Матрица рассеяния взаимного фазовращателя с учетом

потерь и фазовой погрешности имеет вид

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -j\bar{e}^{j\alpha-c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -j\bar{e}^{j\alpha-c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.13)$$

Здесь α — величина, учитывающая фазовую погрешность, а c — величина, учитывающая потери. Пренебрегая неидеальностью направленности щелевого моста, запишем его матрицу рассеяния в следующем виде:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{-d} & je^d \\ 0 & 0 & je^d & e^{-d} \\ e^{-d} & je^d & 0 & 0 \\ je^d & e^{-d} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9.14)$$

где d — величина, учитывающая отклонение коэффициента деления мощности 3 дБ щелевым мостом от его номинального значения. Учитывая, что двойной тройник может быть выполнен с высокой степенью симметрии и пренебрегая отражениями от его плеч, будем считать его идеальным.

Используя выражения (9.12) и (9.14) и применяя разложение в ряд отдельных матричных элементов, для фазового циркулятора (рис. 9.6), в частности, получим

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-2d+b-j\beta}{2} & 0 & j + \frac{j(-2a-b+j\beta)}{2} \\ j + \frac{j(-2a-b+j\beta)}{2} & 0 & j \frac{(-2d-b+j\beta)}{2} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-2a-b+j\beta}{2} & 0 & j \frac{(2d+b-j\beta)}{2} \\ \frac{-2d+b-j\beta}{2} & 0 & -1 - \frac{-2a-b+j\beta}{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.15)$$

В соответствии с (9.15) переходные ослабления между плечами циркулятора будут определяться выражением

$$A_{21} = A_{32} = A_{43} = A_{14} = 20 \lg \frac{2}{|2 + j\beta - 2a - b|}, \quad (9.16)$$

а развязки — выражениями

$$\begin{aligned} A_{41} = A_{12} &= 20 \lg \frac{2}{|-j\beta + b - 2d|}; \\ A_{23} &= 20 \lg \frac{2}{|j\beta - b - 2d|}; \\ A_{34} &= 20 \lg \frac{2}{|-j\beta + b + 2d|}. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Из (9.17) видно, что взаимные потери a невзаимного фазовращателя влияют только на переходные ослабления и не влияют на развязки между плечами. Наобо-

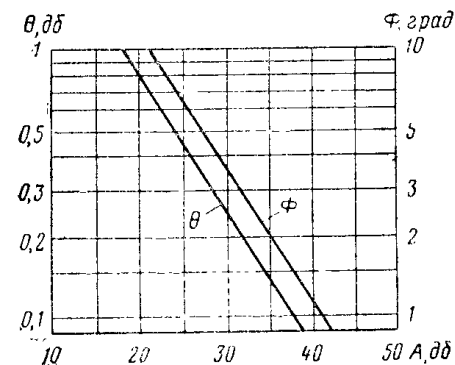


Рис. 9.8. Зависимость суммарной амплитудной и фазовой погрешности развязки между плечами фазового циркулятора.

рот, ошибка деления мощности d , обусловленная неидеальностью щелевого моста, влияет только на развязки между плечами.

Пусть

$$|b + 2d| = \Theta$$

и

$$\beta = \Phi,$$

тогда максимально допустимые значения Θ и Φ при требуемых значениях развязки A между плечами будет определяться графиком, представленным на рис. 9.8. Здесь Θ и Φ выражают амплитудную и фазовую ошибку соответственно.

Для циркулятора с двумя двойными тройниками (рис. 9.2) переходные ослабления определяются выра-

жениями:

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &= 20 \lg \frac{2}{|2 + j(\alpha + \beta) - 2a - b - c|}; \\ A_{32} &= 20 \lg \frac{2}{|-2j + \alpha + \beta + j(2a + b + c)|}; \\ A_{43} &= 20 \lg \frac{2}{|-2 - j(\alpha + \beta) - 2a - b - c|}; \\ A_{14} &= 20 \lg \frac{2}{|2j - j(2a + b + c) - \alpha - \beta|}, \end{aligned} \right\} (9.18)$$

а развязки — выражениями

$$\left. \begin{aligned} A_{41} &= 20 \lg \frac{2}{|-j(\alpha + \beta) + b + c|}; \\ A_{12} &= 20 \lg \frac{2}{|j(c - b) + \alpha - \beta|}; \\ A_{23} &= 20 \lg \frac{2}{|j(\alpha + \beta) - b - c|}; \\ A_{34} &= 20 \lg \frac{2}{|j(b - c) - \alpha + \beta|}. \end{aligned} \right\} (9.19)$$

Для схемы, изображенной на рис. 9.5, аналогичным образом можно получить

$$A_{21} = A_{32} = A_{43} = A_{14} = 20 \lg \frac{2}{|2 + j(\alpha + \beta) - 2a - b - c|}; \quad (9.20)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{41} &= 20 \lg \frac{2}{|j(\alpha + \beta) + b + c|}; \\ A_{12} &= 20 \lg \frac{2}{|j(b - c - 4d) - \alpha + \beta|}; \\ A_{23} &= 20 \lg \frac{2}{|j(b + c) + \alpha + \beta|}; \\ A_{34} &= 20 \lg \frac{2}{|-j(\alpha + \beta) - b + c - 4d|}. \end{aligned} \right\} (9.21)$$

Заметим, что ошибка деления мощности щелевым мостом в этом случае влияет, и притом значительно, только на развязки A_{12} и A_{34} .

График на рис. 9.8 можно использовать и для фазовых циркуляторов, показанных на рис. 9.2 и 9.5. При этом, однако, в первом случае следует принять

$$\Theta = |b| + |c|,$$

а во втором случае

$$\Theta = |b| + |4d| + |c|,$$

и в обоих случаях

$$\Phi = |\alpha| + |\beta|.$$

Из формул (9.16), (9.18) и (9.20) видно, что переходные ослабления между плечами равны для каждого из рассмотренных типов циркуляторов. Приведенные выше выражения для переходных ослаблений и развязок позволяют наметить пути к осуществлению компенсации погрешностей циркулятора. Из всех рассмотренных выше типов циркуляторов наибольшей широкополосностью обладает циркулятор, представленный на рис. 6.9, так как в данной схеме отсутствует взаимный фазовращатель, а следовательно, и дополнительный источник фазовой погрешности. Кроме того, по той же причине эта схема обладает меньшими потерями и меньшей длиной. Выходные плечи циркулятора, собранного по схеме, изображенной на рис. 9.5, расположены в одной плоскости — это обстоятельство в ряде случаев является положительным.

В табл. 9.1 для различных типов циркулятора приведены расчетные допустимые значения погрешностей взаимного и невзаимного фазовращателей и погрешности деления мощности щелевым мостом, при которых величина развязки остается выше 25 дБ.

Таблица 9.1

	Допустимые погрешности		
	взаимный фазовращатель, β	невзаимный фазовращатель, β	щелевой мост, $\delta d, \delta b$
Схема на рис. 9.6	—	$\pm 4,6$	$\pm 0,7$
Схема на рис. 9.2	$\pm 3,2$	$\pm 3,2$	—
Схема на рис. 9.5	$\pm 2,3$	$\pm 3,3$	$\pm 0,35$

9.2 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ГРАФ Y-ЦИРКУЛЯТОРА

Особенности Y-циркуляторов были исследованы рядом авторов на основе использования свойств матрицы рассеяния невзаимного шестиполюсника. В частности, для симметричного Y-циркулятора была получена зави-

симость между согласованием плеч и развязкой между ними [9.5]. При сопоставлении полученных результатов с экспериментальными данными в этом случае, однако, встречаются трудности, обусловленные необходимостью определения малых фазовых углов. Практически удобной является теоретическая модель Y-циркулятора в виде идеально согласованного несимметричного невзаимного шестиполюсника с подключенными к его зажимам рас- согласованными четырехполюсниками без потерь [9.5].

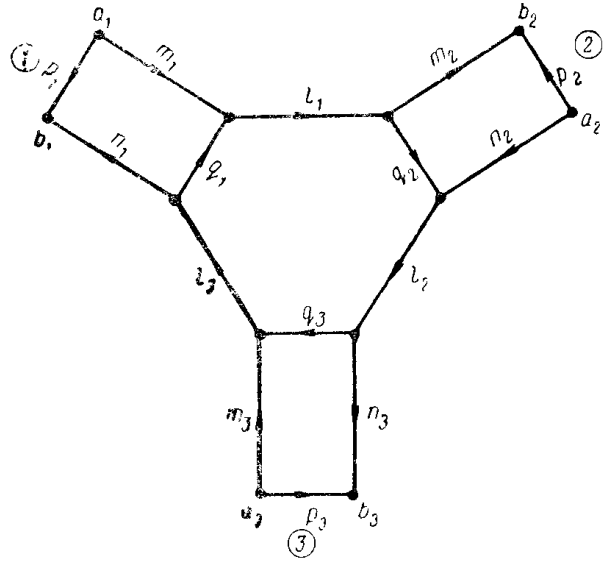


Рис. 9.9. Ориентированный граф Y-циркулятора.

На рис. 9.9 показан соответствующий ориентированный граф. Физически невзаимный шестиполюсник выражает свойства намагниченного ферритового образца (диска), а четырехполюсники учитывают отражения в месте подключения к нему линий передачи.

Применяя выражение (2.1), получаем следующие значения элементов матрицы рассеяния циркулятора в целом:

$$\hat{S}_{11} = p_1 + \frac{m_1 n_1 l_1 l_2 l_3 q_2 q_3}{N}; \quad (9.22)$$

$$\hat{S}_{21} = \frac{m_1 n_2 l_1}{N}; \quad (9.23)$$

$$\hat{S}_{31} = \frac{m_1 n_3 l_1 l_2 q_2}{N}; \quad (9.24)$$

$$\hat{S}_{12} = \frac{m_2 n_1 l_2 l_3 q_3}{N}; \quad (9.25)$$

$$\hat{S}_{22} = p_2 + \frac{m_2 n_2 l_1 l_2 l_3 q_1 q_3}{N}; \quad (9.26)$$

$$\hat{S}_{32} = \frac{m_2 n_3 l_2}{N}; \quad (9.27)$$

$$\hat{S}_{13} = \frac{m_3 n_1 l_3}{N}; \quad (9.28)$$

$$\hat{S}_{23} = \frac{m_3 n_2 l_1 l_3 q_1}{N}; \quad (9.29)$$

$$\hat{S}_{33} = p_3 + \frac{m_3 n_3 l_1 l_2 l_3 q_1 q_2}{N}; \quad (9.30)$$

где

$$N = 1 - l_1 l_2 l_3 q_1 q_2 q_3; \quad (9.31)$$

$$l_i = e^{j\theta_i} \quad (i = 1, 2, 3).$$

При определенном выборе отсчетных плоскостей матрицу рассеяния четырехполюсников можно представить в следующем виде:

$$[S] = \begin{bmatrix} p_i & n_i \\ m_i & q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |p_i| & \sqrt{1 - |p_i|^2} e^{j\theta_i} \\ -\sqrt{1 - |p_i|^2} e^{-j\theta_i} & |p_i| \end{bmatrix}, \quad (9.32)$$

где $i = 1, 2, 3$;

θ_i — фазовый угол, значение которого в данном случае произвольное.

Из (9.23) — (9.25), (9.27) — (9.29), (9.31) и (9.32) получим

$$\frac{\hat{S}_{23}}{\hat{S}_{32}} = |p_1| e^{j(\chi_1 + \chi_3 - \chi_2 + 2\theta_2 - 2\theta_1)}; \quad (9.33)$$

$$\frac{\hat{S}_{31}}{\hat{S}_{13}} = |p_2| e^{j(\chi_2 + \chi_1 - \chi_3 + 2\theta_3 - 2\theta_1)};$$

$$\frac{\hat{S}_{12}}{\hat{S}_{21}} = |p_3| e^{j(\chi_3 + \chi_2 - \chi_1 + 2\theta_1 - 2\theta_2)}.$$

Значения $|p_1|$, $|p_2|$ и $|p_3|$ теперь легко определяются

путем измерения модулей отношений, стоящих в правых частях уравнений (9.33).

Обозначим

$$\chi = \frac{1}{3}(\chi_1 + \chi_2 + \chi_3).$$

Тогда, перемножив правые и левые части уравнений (9.33), получим

$$\frac{\widehat{S}_{23}}{\widehat{S}_{32}} \frac{\widehat{S}_{31}}{\widehat{S}_{13}} \frac{\widehat{S}_{12}}{\widehat{S}_{21}} = |p_1| |p_2| |p_3| e^{j3\chi}. \quad (9.34)$$

С помощью этого выражения, измерив фазы отношений, стоящих слева в уравнениях (9.33), легко определить χ . В случае идеально симметричного циркулятора его свой-

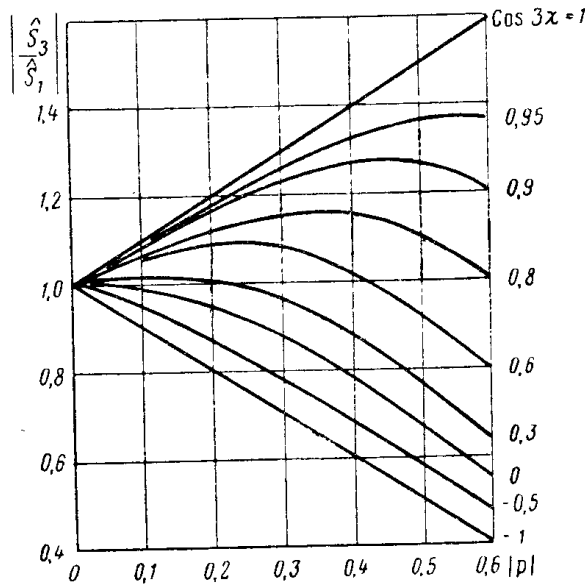


Рис. 9.10. Влияние рассогласования на характеристики Y-циркулятора.

ства выражаются тремя элементами матрицы рассеяния \widehat{S}_1 , \widehat{S}_2 и \widehat{S}_3 , характеризующими соответственно согласование, потери и развязку между плечами циркулятора. Уравнения (9.33) и (9.34) теперь примут вид

$$\frac{\widehat{S}_3}{\widehat{S}_2} = |p| e^{j\chi}. \quad (9.35)$$

Из (9.27) и (9.29) с учетом симметрии получим

$$\frac{\widehat{S}_3}{\widehat{S}_1} = \frac{1 - |p|^2}{\sqrt{1 + |p|^2 - 2|p| \cos 3\chi}}. \quad (9.36)$$

На рис. 9.10 это равенство, выражающее, по существу, связь между согласованием и развязкой, представлено графически. Если циркулятор идеальный ($|p|=0$), то $|\widehat{S}_3/\widehat{S}_1|=1$. При $|p| \neq 0$ это отношение существенно зависит от χ . Область физической реализуемости циркулятора ограничивается линиями $|\frac{\widehat{S}_3}{\widehat{S}_1}| = 1 \pm |p|$, получае-

мыми при $3\chi = \pm 1$. Аналогичная модель X-циркулятора, ОГ и его решение для случая идеальной симметрии также приведены в [9.5].

9.3. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ЦИРКУЛЯТОР

Устройство, показанное на рис. 9.11, в котором используется эффект Фарадея (невзаимный поворот плоскости поляризации), также может быть использовано при определенных условиях в качестве циркулятора [9.3, 9.6]. Чтобы найти эти условия запишем его матрицу рассеяния (задача 9.1)

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos(\widehat{\vartheta} - \widehat{\vartheta}_0) & -\sin(\widehat{\vartheta} + \widehat{\vartheta}_0) \\ 0 & 0 & \sin(\widehat{\vartheta} + \widehat{\vartheta}_0) & \cos(\widehat{\vartheta} + \widehat{\vartheta}_0) \\ \cos(\widehat{\vartheta} - \widehat{\vartheta}_0) & -\sin(\widehat{\vartheta} - \widehat{\vartheta}_0) & 0 & 0 \\ \sin(\widehat{\vartheta} - \widehat{\vartheta}_0) & \cos(\widehat{\vartheta} - \widehat{\vartheta}_0) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.37)$$

При $\widehat{\vartheta} = \widehat{\vartheta}_0 = \frac{\pi}{4}$ получим

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В данном случае целесообразно изменить принятый выше порядок обозначения плеч циркулятора так, как

это показано на рис. 9.11. При этом матрица рассеяния циркулятора примет вид

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.38)$$

и передача энергии в циркуляторе будет определяться схемой, представленной на рис. 9.1.

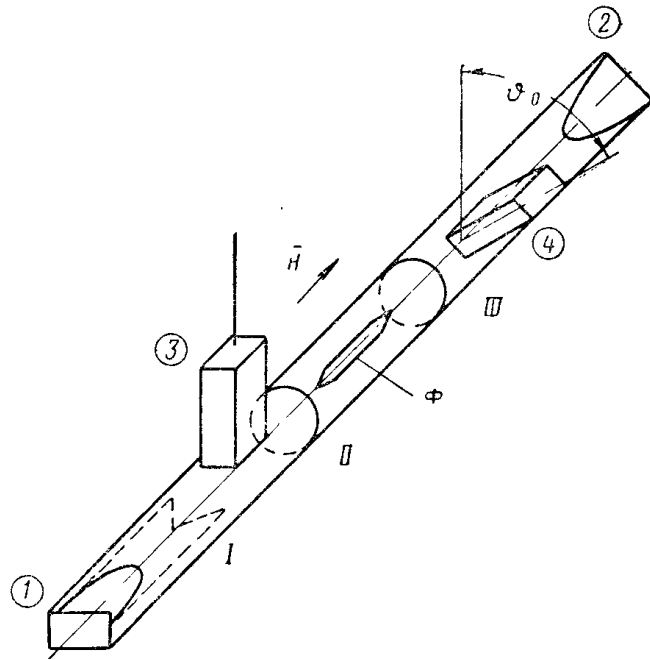


Рис. 9.11. Поляризационный циркулятор: I, III — поляризационные тройники; II — секция с ферритом; Ф — феррит.

Угол $\hat{\varphi}$ можно изменять в широких пределах путем изменения напряженности магнитного поля. В этом случае устройство, показанное на рис. 9.11, будет представлять собой регулируемый аттенюатор.

9.4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ АТТЕНЮАТОР

Одним из наиболее широко распространенных поляризационных устройств СВЧ является переменный аттенюатор, показанный на рис. 9.12 [9.7—9.8]. Этот аттенюатор

состоит из двух неподвижных согласованных пластин А и В (статор) и вращающейся вокруг общей оси, также согласованной, поглощающей пластины Б (ротор).

Поляризационный аттенюатор обладает рядом существенных преимуществ, обусловленных его принципом

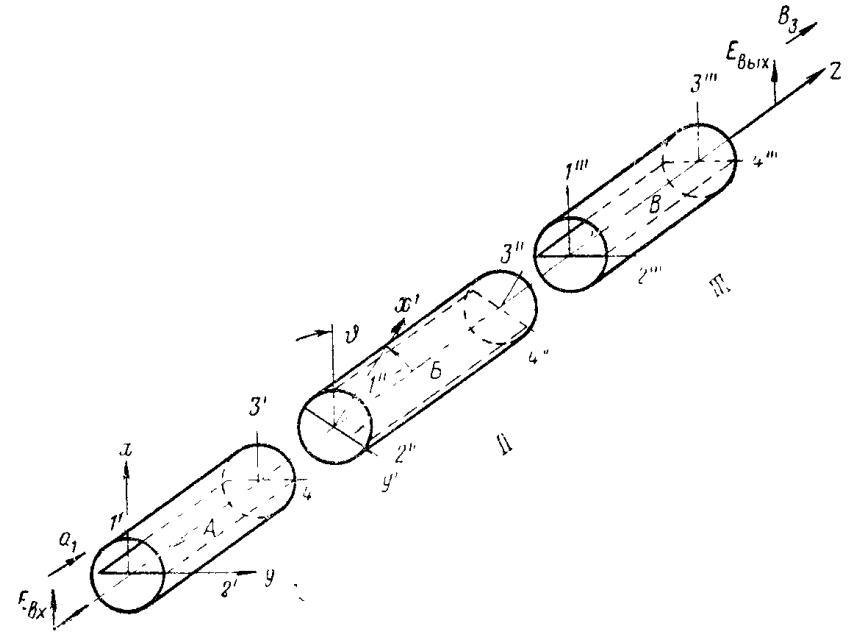


Рис. 9.12. Поляризационный аттенюатор.

действия — расчетной калибровкой, независимостью вносимого фазового сдвига от величины ослабления, отсутствием зависимости ослабления от частоты и т. д. Принцип действия аттенюатора основан на полном поглощении составляющей входной волны H_{11} , поляризованной в плоскости поглощающей пластины средней секции Б. При вращении пластины изменяется амплитуда этой составляющей, а следовательно, и доля энергии, поглощаемая в аттенюаторе.

Легко показать, что в идеальном случае ослабление по мощности для такого аттенюатора определяется выражением $A=40 \lg \cos \vartheta$, что соответствует коэффициенту передачи по напряжению, равному $\cos^2 \theta$, где ϑ — угол поворота средней секции от ее начального положения, при котором пластины всех секций располагаются в одной плоскости. Этот закон ослабления, однако, для реального аттенюатора нарушается из-за ряда причин [9.9]. К таким причинам, в частности, относятся: неполное поглощение пластиной средней секции составляющей, поляризованной в ее плоскости, а также неидеальное согласование поглощающих пластин ротора и статора. Определение влияния этих причин на характеристики аттенюатора имеет первостепенное значение, поскольку оно дает возможность сделать оценку основных погрешностей аттенюатора. Такая оценка может быть сделана после определения коэффициента передачи поляризационного аттенюатора, полученного с учетом перечисленных выше факторов. Выражение для него имеет вид (см. задача 9.2)

$$\Gamma_{31} = \hat{S}_{13} \approx \frac{\cos^2 \vartheta e^{-\gamma_0 l} (1 - 2\Gamma_{\Pi}^2 \cos^2 \vartheta) + \sin^2 \vartheta e^{-\gamma_1 l}}{1 - 2\Gamma_{\Pi}^2 \cos^2 \vartheta - \Gamma_{\Pi}^2 \sin^4 \vartheta e^{-2\gamma_0 l}}, \quad (9.39)$$

где γ_0 и γ_1 — постоянные передачи секции ротора для волн, поляризованных в плоскостях перпендикулярной и параллельной плоскости поглощающей пластины соответственно.

При выводе этого выражения также предполагалось, что коэффициенты отражения волн, плоскости поляризаций которых совпадают с плоскостями поглощающих пластин Γ_{Π} для всех пластин, одинаковы, а волн, перпендикулярных им, — равны нулю. Фазовый сдвиг в каждой из секций статора при выводе выражения (9.39) был принят равным нулю. Выражение (9.39) можно использовать для точного расчета погрешности рассогласования аттенюатора.

Разделив в этом выражении числитель на знаменатель и отбросив члены, вносящие малый вклад в общий результат, получим приближенное выражение

$$\hat{S}_{13} \approx \cos^2 \vartheta (1 + 2\Gamma_{\Pi} \sin^2 \vartheta) + \sin^2 \vartheta e^{-\gamma_1 l}, \quad (9.40)$$

с помощью которого учитываются однократные отражения между пластинами статора и ротора на входе и выходе последнего. Пренебрегая в (9.39) вторым членом и учитывая, что выбор фазы Γ_{Π} произволен, запишем окончательно приближенное выражение для максимальных значений погрешности рассогласования поляризационного аттенюатора

$$\epsilon_p = 20 \lg (1 \pm 2|\Gamma_{\Pi}|^2 \sin^2 \vartheta). \quad (9.41)$$

Рассмотрим влияние неидеальности поглощения мощности пластиной ротора. Полагая в (9.39) $\Gamma_{\Pi} = 0$, получим с учетом фазового сдвига в секциях статора (эти секции считаются идентичными):

$$\hat{S}_{13} = e^{-2\gamma'_0 l - \gamma_0 l} [e^{l(\gamma_0 - \gamma_1)} \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta], \quad (9.42)$$

где l — длина статора; γ'_0 — постоянная распространения в статоре для волны, поляризованной перпендикулярно плоскости его поглощающей пластины. Множитель перед скобкой учитывает влияние регулярных отрезков волновода и его в данном случае можно опустить. Используя (9.42) и выражая постоянные распространения γ через постоянные затухания α и фазовые постоянные β , получим выражение для ослабления, вносимого поляризационным аттенюатором при неидеальном поглощении мощности пластиной ротора:

$$A' = -20 \lg |\cos^2 \vartheta + e^{(\alpha_0 + \alpha_1) l} \sin^2 \vartheta [\cos(\beta_0 - \beta_1) l + j \sin(\beta_0 - \beta_1) l]|. \quad (9.43)$$

Здесь α_0 и α_1 — постоянные затухания для поляризаций, ориентированных перпендикулярно и параллельно поглощающей пластине ротора соответственно; β_0 и β_1 — аналогичные фазовые постоянные.

Член $e^{(\alpha_0 - \alpha_1) l}$ можно определить экспериментально, устанавливая $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ и измеряя при этом A' , а затем используя выражение

$$e^{-\alpha l} = \frac{1}{\text{antilg} \frac{A'}{20}}, \quad (9.44)$$

где $\alpha = \alpha_0 - \alpha_1$.

Учитывая, что ослабление, вносимое идеальным аттенуатором, определяется выражением

$$A = -20 \lg \cos^2 \vartheta, \quad (9.45)$$

можно определить погрешность за счет неидеального поглощения пластиной ротора. Выражение для этой погрешности, получаемое непосредственно из (9.43) и (9.45), имеет вид

$$\epsilon_\alpha = -20 \lg (1 + e^{-\alpha l} \operatorname{tg}^2 \vartheta). \quad (9.46)$$

Из этого выражения видно, что погрешность, обусловленная неидеальным поглощением в пластине ротора, возрастает с увеличением ϑ , т. е. с увеличением ослабления, вносимого аттенуатором.

Выше отмечалось, что одним из важных принципиальных положительных свойств поляризационного аттенуатора является независимость вносимого им фазового сдвига от ослабления или углового положения пластины ротора.

В реальном аттенуаторе эта зависимость хотя и мала, но все же имеет место. Используя выражение (9.42), получим формулу для расчета фазового сдвига поляризационного аттенуатора

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{e^{-\alpha l} \sin \beta l \sin^2 \vartheta}{\cos^2 \vartheta + e^{-\alpha l} \sin^2 \vartheta \cos \beta l}, \quad (9.47)$$

где $\beta = \beta_0 - \beta_1$.

Из (9.47) видно, в частности, что наибольший фазовый сдвиг соответствует значению βl , равному 90° .

Задача 9.1.

Записать волновые матрицы устройства, представленного на рис. 9.11, полагая, что все его элементы идеально согласованы и не вносят потерь.

Решение

Обращаясь к рис. 9.13, запишем волновые матрицы отдельных секций этого устройства.

Для секции I имеем

$$[S]_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } [T]_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9.48)$$

Для секции II с учетом ее невзаимных свойств получим

$$[S]_{II} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \hat{\vartheta} & -\sin \hat{\vartheta} \\ 0 & 0 & \sin \hat{\vartheta} & \cos \hat{\vartheta} \\ \cos \hat{\vartheta} & -\sin \hat{\vartheta} & 0 & 0 \\ \sin \hat{\vartheta} & \cos \hat{\vartheta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.49)$$

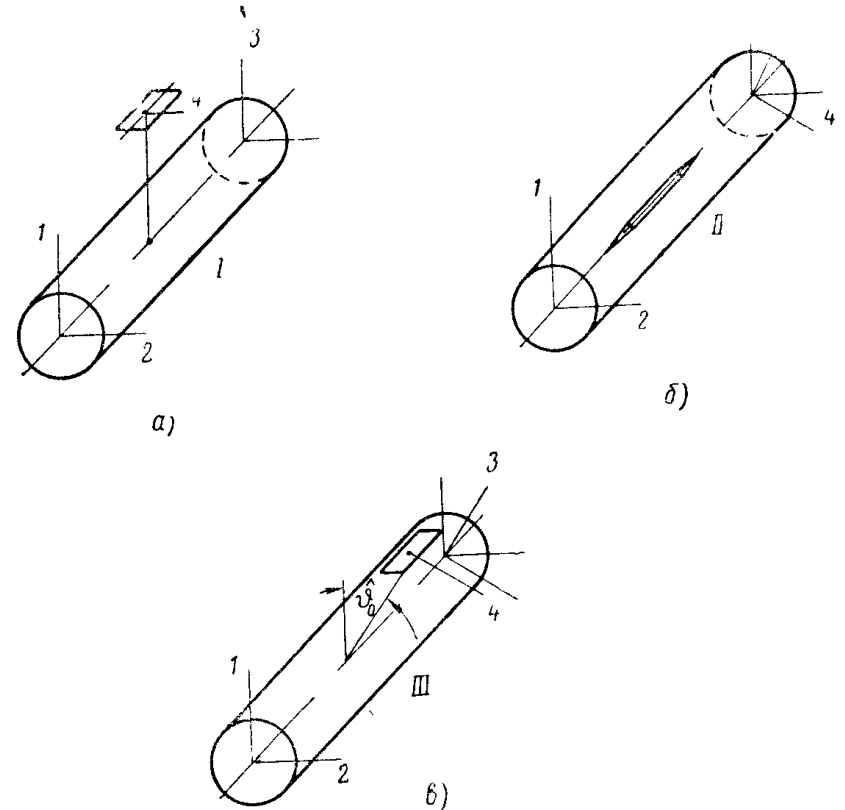


Рис. 9.13. Элементы поляризационного циркулятора: а, в — поляризационные тройники; б — секция с ферритом.

$$[T]_{II} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\vartheta} & \sin \hat{\vartheta} & 0 & 0 \\ -\sin \hat{\vartheta} & \cos \hat{\vartheta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \hat{\vartheta} & -\sin \hat{\vartheta} \\ 0 & 0 & \sin \hat{\vartheta} & \cos \hat{\vartheta} \end{bmatrix} \quad (9.50)$$

Для секции III

$$[S]_{III} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \hat{\vartheta}_0 & -\sin \hat{\vartheta}_0 \\ 0 & 0 & \sin \hat{\vartheta}_0 & -\cos \hat{\vartheta}_0 \\ \cos \hat{\vartheta}_0 & \sin \hat{\vartheta}_0 & 0 & 0 \\ -\sin \hat{\vartheta}_0 & \cos \hat{\vartheta}_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (9.51)$$

$$[T]_{III} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\vartheta}_0 & -\sin \hat{\vartheta}_0 & 0 & 0 \\ \sin \hat{\vartheta}_0 & \cos \hat{\vartheta}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \hat{\vartheta}_0 & -\sin \hat{\vartheta}_0 \\ 0 & 0 & \sin \hat{\vartheta}_0 & \cos \hat{\vartheta}_0 \end{bmatrix} \quad (9.52)$$

В результате перемножения матриц (9.48), (9.50) и (9.52) получим матрицу передачи всего устройства

$$[T] = [T]_I [T]_{II} [T]_{III} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{\vartheta} - \hat{\vartheta}_0) & \sin(\hat{\vartheta} - \hat{\vartheta}_0) & 0 & 0 \\ -\sin(\hat{\vartheta} - \hat{\vartheta}_0) & \cos(\hat{\vartheta} - \hat{\vartheta}_0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\hat{\vartheta} + \hat{\vartheta}_0) & -\sin(\hat{\vartheta} + \hat{\vartheta}_0) \\ 0 & 0 & \sin(\hat{\vartheta} + \hat{\vartheta}_0) & \cos(\hat{\vartheta} + \hat{\vartheta}_0) \end{bmatrix} \quad (9.53)$$

Используя переходные соотношения (1.44), из (9.53) получим матрицу рассеяния всего устройства [формула (9.37)]. Здесь линейные поляризации на входе устройства, а также соответствующие им входные плечи обозначены индексами 1 и 2, а выходные — индексами 3 и 4.

Задача 9.2.

Определить коэффициент передачи по напряжению для поляризационного аттенюатора (рис. 9.12) при условии неидеального согласования поглощающих пластин и неполного поглощения пластиной средней секции составляющей, поляризованной в ее плоскости, причем коэффициенты отражения волн, плоскости поляризации которых совпадают с плоскостями поглощающих пластин, для всех пластин одинаковы, а волн перпендикулярных им — равны нулю.

Решение

Построим ориентированный граф аттенюатора. Для этого сначала запишем матрицы рассеяния отдельных, входящих в него элементов. Предположим, что на вход аттенюатора от согласованного

генератора поступает волна, поляризованная в вертикальной плоскости, причем поглощающая пластина входной секции не оказывает никакого влияния на ее распространение. Эта поляризация поступает затем на вход ротора (секция II). Учет влияния ротора на эту волну проще всего осуществить после перехода от координат xoy к привязанным к нему новым координатам $x'oy'$. В соответствии с рис. 9.14 матрицу рассеяния поворота осей координат на угол ϑ запишем в следующем виде:

$$[S]_{\vartheta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.54)$$

Матрица рассеяния ротора, отнесенная к координатам $x'oy'$, имеет вид

$$[S]_{II} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S''_{13} & 0 \\ 0 & S''_{22} & 0 & S''_{24} \\ S''_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S''_{24} & 0 & S''_{22} \end{bmatrix}. \quad (9.55)$$

В данном случае определяется коэффициент передачи в предположении, что на входе и выходе аттенюатора распространяются вер-

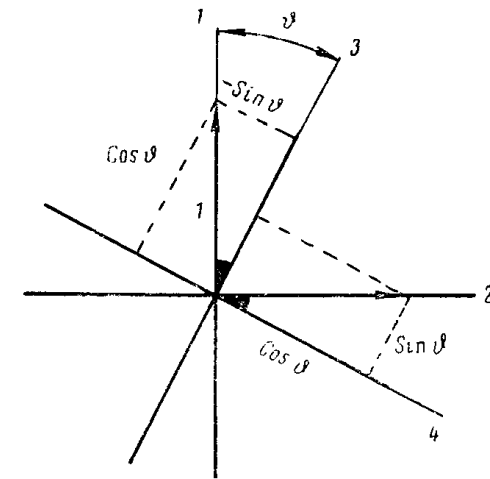


Рис. 9.14. Поворот осей координат на угол ϑ .

тикально поляризованные волны. Это делает необходимым обратный переход — от координат $x'oy'$ к координатам xoy . Матрицу поворота осей координат на угол ϑ получим из (9.54) заменой ϑ на $-\vartheta$:

$$[S]_{-\vartheta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ 0 & 0 & -\sin \vartheta & \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.56)$$

Используя приложение и рис. 9.12, а также (9.54), (9.55) и (9.56), построим OG поляризационного аттенуатора (рис. 9.15). Здесь Γ_{CT} — коэффициент отражения статора.

Определим все пути из плеча (I') в плечо ($3'''$):

$$\begin{aligned} S'_{13} S''_{13} S'''_{13} &= e^{-\gamma_0 l} \cos^2 \vartheta; \\ S'_{14} S''_{24} S'''_{23} &= e^{-\gamma_1 l} \sin^2 \vartheta, \end{aligned} \quad (9.57)$$

а также все контуры:

а) первого порядка

$$\begin{aligned} (S'_{24})^2 S''_{22} \Gamma_{CT}; \\ (S'''_{24})^2 S''_{22} \Gamma_{CT}; \\ (S'_{24} S''_{24} S'''_{24} \Gamma_{CT})^2; \\ (S'_{22} S''_{13} S'''_{14} \Gamma_{CT})^2; \end{aligned}$$

б) второго порядка

$$(S'_{24} S''_{24} S'''_{22} \Gamma_{CT})^2.$$

Полагая $S''_{22} = \Gamma_{CT} = \Gamma_{II}$ («II» — поглотитель), с учетом (9.54) — (9.56) получим следующие значения передач контуров:

$$\begin{aligned} \Gamma_{II}^2 \cos^2 \vartheta & \text{ (два контура);} \\ \Gamma_{II}^2 \cos^4 \vartheta e^{-2\gamma_1 l}; & \quad \Gamma_{II} \sin^4 \vartheta e^{-2\gamma_0 l}, \end{aligned} \quad (9.58)$$

а также $\Gamma_{II}^4 \cos^4 \vartheta$.

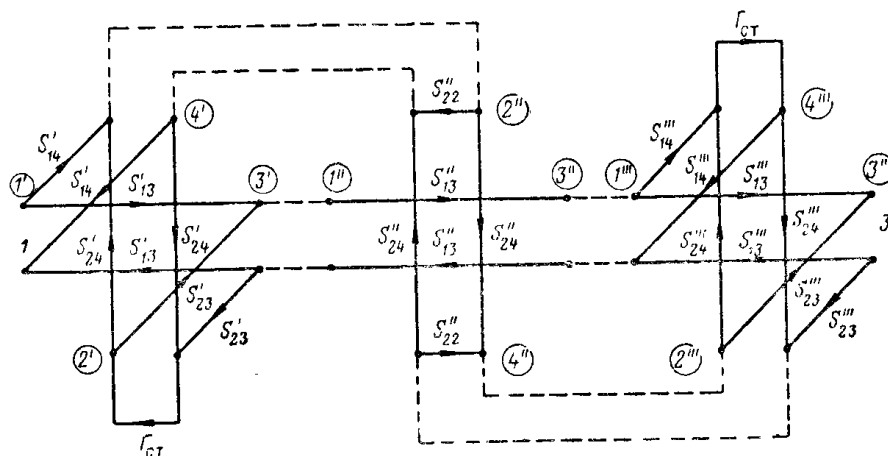


Рис. 9.15. Ориентированный граф поляризационного аттенуатора.

Подставляя (9.67) и (9.68) в (2.1), получаем

$$T_{13} = \widehat{S}_{13} = \frac{\cos^2 \vartheta e^{-\gamma_0 l} (1 - 2\Gamma_{II}^2 \cos^2 \vartheta - \Gamma_{II}^2 \cos^4 \vartheta e^{-2\gamma_1 l} + \Gamma_{II}^4 \cos^4 \vartheta) + \sin^2 \vartheta e^{-\gamma_1 l}}{1 - 2\Gamma_{II}^2 \cos^2 \vartheta - \Gamma_{II}^2 \cos^4 \vartheta e^{-2\gamma_1 l} - \Gamma_{II}^2 \sin^4 \vartheta e^{-2\gamma_0 l} + \Gamma_{II}^4 \cos^4 \vartheta}. \quad (9.59)$$

Учитывая, что Γ_{II} и $e^{-\gamma_1 l}$ значительно меньше единицы, отбросим все члены, в которые эти величины входят как множители более двух раз. В результате получим выражение (9.39).

ЛИТЕРАТУРА

- Heller G. S. Ferrites as Microwave Circuits Elements, Proc. IRE, 1956, v. 44, № 10, p. 1386—1393.
- Carlin H. J. Non-Reciprocal Network Theory Applied to Ferrite Microwave Devices, Proc. IEE, 1957, v. 104, Pt. B, № 6.
- Коган Н. Л., Машковцев Б. М. и Цыбизов К. М. Сложные волноводные системы. Судпромгиз, Ленинград, 1963, 356 стр.
- Pivif E. und Stösser V. Der Microwellenzirkulator. Frequenz, 1960, Bd. 14, № 3, S. 77—84.
- Hagelin S. A Flow Graph Analysis of 3-and 4-Port Junction Circulators, IEEE Trans., 1966, v. MTT-14, № 5, p. 243—249.
- Стародубцев А. М. К расчету оптимальных параметров ферритовых систем, работающих на эффекте Фарадея. Радиотехника, 1962, т. 17, № 1, стр. 32—39.
- James A. V. A High-Accuracy Microwave-Attenuation Standard for Use in Primary Calibration Laboratories, IRE, Trans., 1962, v. J-11, № 3, and 4, p. 285—290.
- Mariner P. F. An absolute Microwave Attenuator, Proc. IEE, 1962, P. B., v. 109, № 47, p. 415—419.
- Larson W. Analysis of rotation Errors of a Waveguide rotary Vane Attenuator, IRE Inter. Conv. Rec., 1962, Pt. 3, p. 213—220.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ГРАФЫ НЕКОТОРЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ И МНОГОПОЛЮСНИКОВ СВЧ

Ориентированные графы некоторых наиболее распространенных четырехполюсников и многополюсников СВЧ приведены на рис. П.1.—П.12. Там же даны соответствующие алгебраические уравнения, выражающие зависимость между падающими и отраженными волнами.

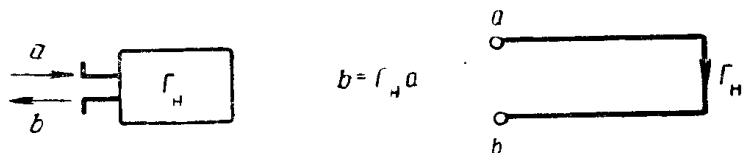


Рис. П.1. Пассивный двухполюсник (нагрузка) и его ориентированный граф.

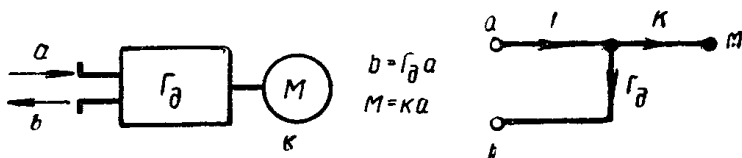


Рис. П.2. Детектор с измерительным прибором и его ориентированный граф.

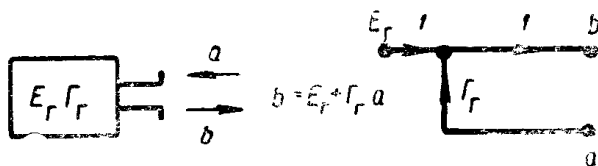


Рис. П.3. Активный двухполюсник (генератор) и его ориентированный граф.

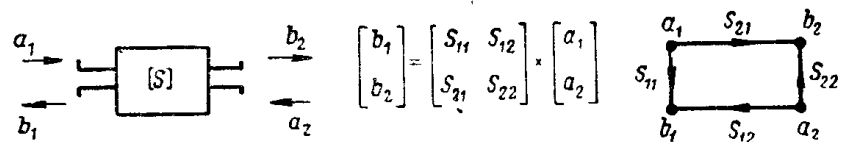


Рис. П.4. Пассивный четырехполюсник и его ориентированный граф.

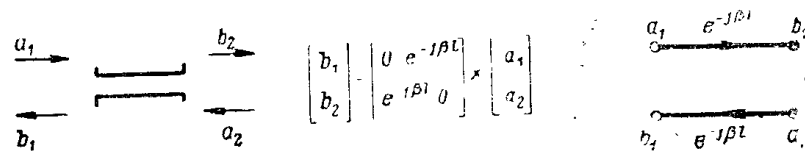


Рис. П.5. Отрезок линии передачи без потерь и его ориентированный граф.

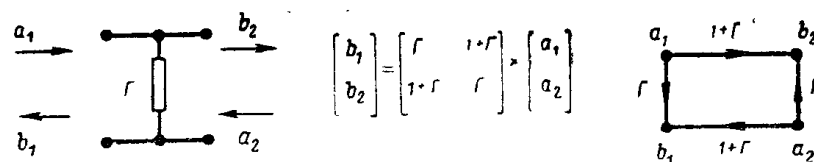


Рис. П.6. Параллельная проводимость и ее ориентированный граф.

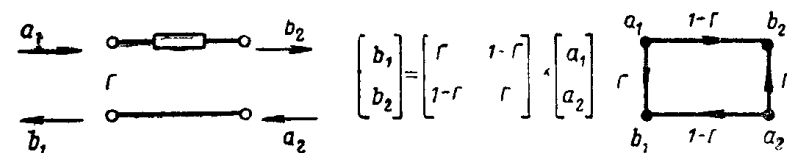


Рис. П.7. Последовательное сопротивление и его ориентированный граф.

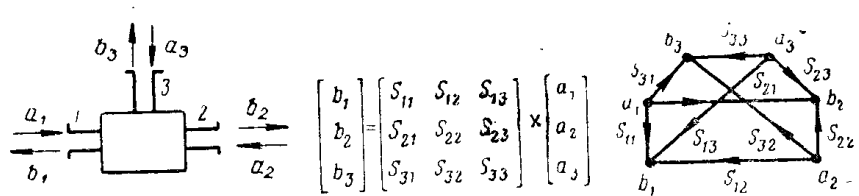


Рис. П.8. Пассивный шестиполюсник и его ориентированный граф

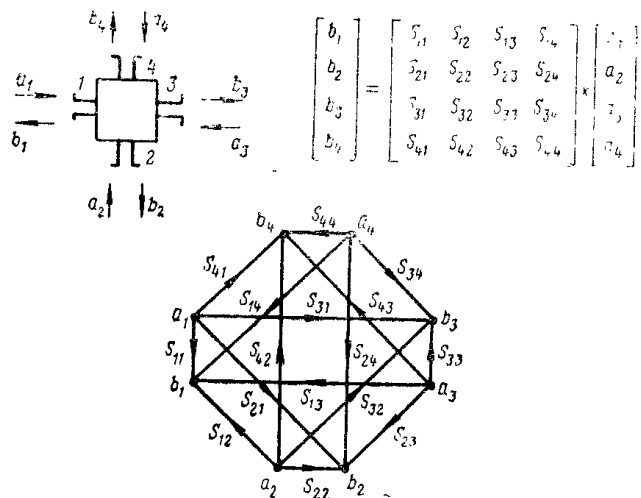


Рис. П.9. Пассивный восьмиполюсник и его ориентированный граф.

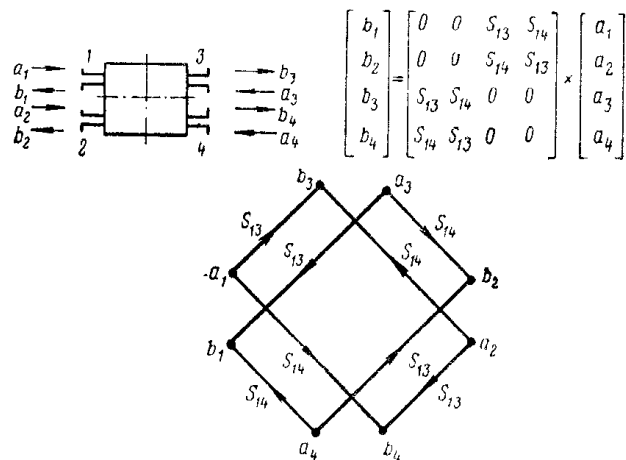


Рис. П.10. Идеальный направленный ответвитель и его ориентированный граф.

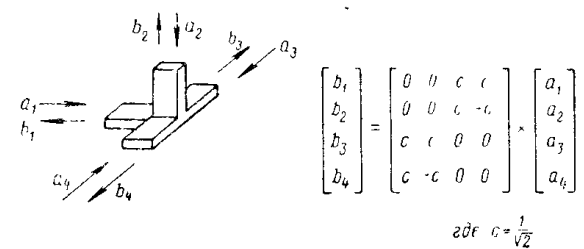


Рис. П.11. Идеальный согласованный двойной тройник и его ориентированный граф.

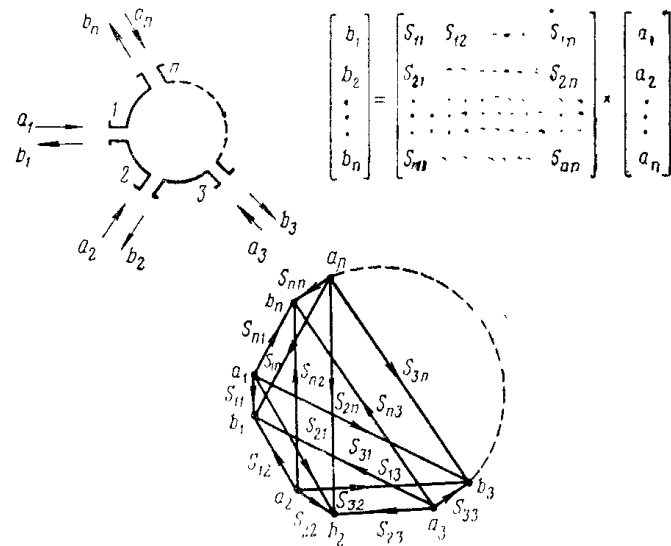


Рис. П.12. Пассивный 2n-полюсник и его ориентированный граф.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Основные обозначения	6
Глава 1. Матрицы, используемые при расчете характеристик СВЧ устройств. Элементы теории	9
1.1. Общие положения	9
1.2. Волновые матрицы $2n$ -полюсника	10
1.3. Матрицы классической теории цепей $2n$ -полюсника	15
1.4. Связь между матрицами $2n$ -полюсника	18
1.5. Условия симметрии матрицы рассеяния	25
1.6. Унитарность матрицы рассеяния сочленения без потерь	28
1.7. Матрица рассеяния для общего случая соединения многополюсников	30
Литература	48
Глава 2. Ориентированные графы и их применение к расчету характеристик устройств СВЧ	50
2.1. Основные определения	50
2.2. Инверсия пути в ориентированных графах	53
2.3. Отыскание решений для ориентированных графов с помощью правила некасающегося контура	55
2.4. Отыскание решений путем упрощения ориентированных графов	58
Литература	72
Глава 3. Расчет коэффициентов отражения и передачи каскадного соединения сосредоточенных неоднородностей. Ориентированные графы переходов между линиями, имеющими различное волновое сопротивление	75
3.1. Выражения для коэффициентов отражения и передачи каскадного соединения трех различных параллельных неоднородностей	7
3.2. Приближенные выражения для коэффициентов отражения и передачи в случае n различных неоднородностей, расположенных друг от друга на произвольных расстояниях	7
3.3. Примеры практического использования каскадного соединения сосредоточенных неоднородностей	8
3.4. Скачок волнового сопротивления передающей линии. Ориентированный граф плавного перехода	8
Литература	9

Глава 4. Каскадное соединение четырехполюсников СВЧ. Погрешности рассогласования аттенюаторов	93
4.1. Коэффициенты отражения и передачи каскадного соединения обобщенных четырехполюсников, включенных между рассогласованным генератором и нагрузкой	93
4.2. Графы и матрицы некоторых четырехполюсников СВЧ	95
4.3. Погрешности рассогласования при калибровке аттенюаторов СВЧ и измерения мощности СВЧ с применением аттенюаторов. Общие положения	96
4.4. Погрешности рассогласования при использовании одиночного рассогласованного аттенюатора, включаемого между рассогласованными генератором и нагрузкой	97
4.5. Погрешности рассогласования в случае каскадного соединения нескольких рассогласованных аттенюаторов, включаемых между согласованными генератором и нагрузкой	100
4.6. Погрешности рассогласования при калибровке аттенюаторов методом замещения для трех и двух каскадно-соединенных рассогласованных аттенюаторов, включаемых между рассогласованными генератором и детектором	102
4.7. Учет условий физической реализуемости при расчете погрешностей рассогласования	109
Литература	114
Глава 5. Волновые матрицы и ориентированные графы направленных ответвителей. Непосредственное использование мостовых устройств и направленных ответвителей в технике СВЧ	115
5.1. Общие положения	115
5.2. Характеристики отражения и передачи обобщенного взаимного восьмиполюсника с рассогласованными нагрузками	116
5.3. Балансный мост СВЧ для измерения коэффициента отражения (полного сопротивления)	118
5.4. Разбалансный мост СВЧ	121
5.5. Рефлектометр для измерения модуля и фазы коэффициента отражения	123
5.6. Рефлектометр с двумя направленными ответвителями	132
5.7. Использование направленных ответвителей и двойных тройников в электрически управляемых аттенюаторах и модуляторах на полупроводниковых диодах	133
5.8. Использование двойных тройников в регулируемых фазовращателях. Погрешности, обусловленные неидеальным согласованием двойного тройника	138
5.9. Фазовый ответвитель	140
Литература	148

Силаев М. А., Брянцев С. Ф. **Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств**, М., Изд-во «Советское радио», 248 стр., т. 9 700 экз., ц. 84 коп.

В книге излагаются основы матричного метода анализа цепей СВЧ. Приводятся основные положения теории ориентированных графов и обсуждаются вопросы применения последних.

На основе теории матриц и ориентированных графов производятся анализ и расчет характеристик различных широко распространенных устройств СВЧ (устройств, основанных на использовании щелевых мостов, направленных ответвителей, поляризационных и ферритовых устройств и т. д.). Производится расчет погрешностей некоторых измерительных приборов и методов измерений.

Книга рассчитана на инженеров, научных работников и аспирантов, занимающихся разработкой и исследованием различных устройств СВЧ. Кроме того, она может быть полезной для преподавателей и студентов старших курсов радиотехнических факультетов вузов.

1 табл., 145 рис., 75 назв. библ.

МИХАИЛ АЛЕКСАНДРОВИЧ СИЛАЕВ
СЕРГЕЙ ФЕДОРОВИЧ БРЯНЦЕВ

**ПРИЛОЖЕНИЕ МАТРИЦ И ГРАФОВ
К АНАЛИЗУ СВЧ УСТРОЙСТВ**

Редакторы *Ю. Г. Щорс, В. Г. Машарова*
Художественный редактор *В. Т. Сидоренко*
Художник *В. Б. Торгашова*
Технический редактор *А. А. Белоус, З. Н. Ратникова*
Корректоры *Н. М. Белякова, Г. М. Денисова*

Сдано в набор 19/V 1969 г.

Т-02973

Подписано в печать 20/II 1970 г.

Формат 84×108¹/₃₂ Бумага типографская № 1

Объем 13,02 усл. п. л. Уч.-изд. л. 12,445 Тираж 9 700 экз. Зак. 2248

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт. п/я 693

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Москва, Шлюзовая наб., 10.

Цена 84 коп.

3—3—12
17—70

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в связи с развитием техники СВЧ, усложнением применяемых в этой области устройств и повышением требований к их точности все большее значение приобретают методы анализа работы и расчета характеристик этих устройств.

Лишь сравнительно небольшое число задач, связанных с техникой СВЧ, может быть решено путем непосредственного применения уравнений Максвелла. Анализ работы более или менее сложных устройств и систем СВЧ в настоящее время производится, как правило, методами теории цепей СВЧ.

Наряду с чисто электродинамическими методами, применяемыми при расчете характеристик отдельных узлов СВЧ, роль которых по-прежнему остается весьма значительной, в настоящее время для этих целей также используются методы теории цепей. При этом в качестве математического аппарата во многих случаях применяются различного рода матрицы и их преобразования и, в частности, волновые матрицы, а также матрицы полных сопротивлений, проводимостей и т. д. Использование волновых матриц позволяет, например, устанавливать в самом общем виде соотношения между комплексными амплитудами волн в различных точках (сечениях) устройств СВЧ или, другими словами, определять коэффициенты отражения и передачи для этих сечений.

В последнее время в литературе появилось изложение основ нового, топологического, способа представления и определения зависимостей между переменными. Этот способ, основанный на применении ориентированных графов, тесно связанный с матричным и используемый при решении, по существу, тех же задач, является более наглядным и позволяет в ряде случаев получать конечный результат с меньшей затратой труда и времени. При этом результат имеет вид, удобный для его